Practical Geostatistics
الجيوإحصاء التطبيقي

Isobel Clark
إيزوبيل كلارك

Arabic Version
Translated by
Ghazi Abdulfattah Saffarini

النسخة العربية
ترجمة
غازي عبدالفتاح سفاريني

Ph.D. Eng., Isobel Clark
Geostokos Limited, Alloa Business Centre
Central Scotland FK 10 3SA

Email: PG2000@kriging.com

&
drisobelclark@kriging.com

Dr. Ghazi A. Saffarini
Geology Department- University of Jordan
Email: ghasaff@ju.edu.jo
&
Saf148@yahoo.com

المحتويات

مقدمة

هذا الكتاب موجه لطلبة الدراسات العليا والدنيا والعاملين في الصناعة والذين يلزمهم مقدمة في علم الجيوإحصاء. وهو مبني على مساقات لطلبة الدراسات العليا والدنيا ومساقات قصيرة للعاملين في الصناعة. ويعكس المشكلات التي تمت مواجهتها خلال ذلك في عرض هذه الماده لمهندسي التعدين والجيولوجين من كافة الأعمار وبمدى واسع من المقدرة الرياضية. ويزود هذا الكتاب الأساس لمساق بحجم 20-30 ساعة أو مساق قصير لخمسة أيام.

والمستوى الرياضي والإحصائي المطلوب بدائي نوعا ما ويكفي للتعامل مع مفاهيم مثل المتوسط والتباين والإنحراف المعياري وخطأ المتوسط والتوزعات الطبيعية واللوغاريثمية وأن يكون للمرء فكرة وخلفية عن حل مجموعات من المعادلات في آن واحد.

وكمقدمة لموضوع عادة ما يقدم بنوع من التعقيد، سيعرف هذا الكتاب القارئ بمفاهيم وتقنيات الجيوإحصاء. ويقدم الأساسيات اللازمة لتمكينه من تقييم أمثلة أساسية مثالية. كما يقدم الإرشادات لكيفية توظيف لتقنيات في الحالات الحقيقية المعقدة.

ويستخدم الجيوإحصاء خلال هذا الكتاب بالمفهوم الأوروبي لنظرية المتغيرات المؤقلمة "Theory of regionalized variables" والتي طورها جورج مايثرون George Matheron ومعاونوه في مركز المورفولوجيا الرياضية في فاونتين بلو Centre du Morphologie Mathematique at Fontainbleau.

وعلى الرغم من أن معظم الأمثلة مأخوذه من التعدين فإن هذا يعكس جمهور المتدربين ولا يعكس إمكانيات استخدام التقنية . وبصورة عملية فإن أي مشكلة تتضمن توزع أحد المتغيرات في اتجاه واحد (مثل السلاسل الزمنية) أو في اتجاهين (مثل الهطول) أو ثلاثة (مثل توضعات الخامات المبثوثة) يمكن حلها باستخدام هذه التقنية.

ووحدات القياس المستخدمة في هذا الكتاب تعكس حالة صناعة التعدين. ولم تجر أية محاولة لتغيير هذه الوحدات إلى الوحدات القياسية الدولية (SI Units).

والأمثلة أمثلة حقيقية، حيث يبدو سخيفا تحويل لب طوله 5 أقدام إلى لب طوله 1.52 m والحالة الوحيدة التي عمل فيها ذلك هي مثال حقيقي من منجم تبنى الوحدات الدولية واستمر في استخدام وحدات ما قبل النظام المتري لصناديق لب طولها 5 أقدام.

وخلال عرض المادة حاولت أن أبين كيف أتت الأفكار الأساسية وأمكن تطويرها بالحدس، وكنت أميل إلى تحاشي دعم الأفكار باشتقاقات رياضية صارمة. إذ يوجد العديد من المنشورات التي تتبع حصريا الأسلوب الأخير. وبينما يمكن تسهيل الحسابات باستخدام برامج الحاسوب، فإن مثل هذه المساعدة لن تكون ضرورية في منظور هذا المرجع. وحيثما كان من الصعب (أو المحال) حساب المعادلات باليد قدمت الجداول. وتمت إضافة خام حديد وهمي بحيث يتم اكتساب بعض الخبرة في معالجة أمثلة على قدر كبير من المعقولية، لمعرفة فيما إذا كان القارئ قادرا على إعادة نتائج المؤلفة.

والشكر مزجى لكل من Richard Durham الذي زودنا ببعض الأمثلة وبمثال خام الحديد الوهمي وReg Puddy الذي قام بعمل الرسوم الساحرة وDr. C.G. Down الذي خلق الوضع الذي أجبرني على تأليف هذا الكتاب، وMalcom Clark الذي جالس الأطفال وأنتج بعضا من الجداول الجميلة. وأخيرا الشكر مزجى أيضا إلى Andre Journel وآخرين من فونتين بلو الذين علموني كل ما أعلم عن نظرية المتغيرات المؤقلمة. وأي تقصير أو أخطاء في المتن فهي مني.

ايزوبيل كلارك

مقدمة المترجم

لقد أضحى علم الجيوإحصاء من العلوم الهامة التي تخدم فروع العلم المختلفة لما لتقنياته الاحصائية من منفعة في إعطائنا فكرا نوعيا عن كثير من الظواهر الطبيعية، خصوصا تلك التي لها بعد مكاني حيث يقدم لنا الوسيلة لوصف الاستمرارية المكانية والتي تعتبر معلما مهما من معالم الكثير من الظواهر الطبيعية.

ولعل أول من أرسى دعائم هذا العلم الرياضي الفرنسي ما ثرون Matheron في مطلع الستينات من القرن العشرين. وما لبث هذا العلم أن شق طريقه في علوم الارض المختلفة وفروع اخرى من العلم من مثل علم التربة وعلم المياه ونظم المعلومات الجغرافية وعلم الغابات وعلوم البيئة المختلفة. كما اتسع تطبيقه ليشمل السلاسل الزمنية. وفي البدايات ظهرت العديد من المراجع العلمية. ولقد كان هذا الكتاب أكثرها شهرة في أوساط الجيولوجيا وعلم التربة.

وقد اعتمدته لتدريس طلبة الدراسات العليا في قسم الجيولوجيا بالجامعة الاردنية مادة حساب احتياط الخام. ومع مرور الايام والسنين وازدياد الحاجه الى هذا النوع من المعرفة العلمية إرتَئَيتُ أن يعرف القارئ العربي بها من خلال ترجمة هذا الكتاب. فكان أن سنحت لي الفرصة لترجمته خلال إجازة التفرغ العلمي الممنوحة لي من الجامعة الاردنية للعام الجامعي 2007/2006 . جزى الله جامعتنا خير الجزاء. ختاما اود أن أعتذر عن أي تقصير أو عدم دقة في نقل المعرفة العلمية يمكن أن أكون قد اقترفته خلال عملية الترجمة، كما أود أن اشكر الزميلة د. عبير سلمان من جامعة الملك سعود على تدقيق المادة العلمية والاتصال بالدكتورة ايزوبيل بعد كل هذه السنين لأخذ موافقتها على الترجمة ووضعها على موقعها في شبكة المعلومات.

غازي سفاريني
الجامعة الاردنية
عمان-الاردن

Translator Preface (مقدمة المترجم)

Geostatistics is an important branch of science that serves different other branches. It's statistical techniques offer new insights in several natural phenomena, especially those having spatial dimensions. It provides a tool in describing the continuity of the natural phenomena, which is considered the most important aspect of it.

The famous French scientist Matheron can be considered the first in laying the foundations of Geostatistics which soon found its application in several branches of science such as soil science, hydrology, geographic information systems, forestry, and environmental sciences. In the early days of geostatistic a few books were published. Dr. Clark's book "Applied Geostatistics " was the most famous one in the geological and soil science communities.

I adopted Clark's book in teaching postgraduate students , Ore reserve calculations course, at the Geology Department, The University of Jordan. With the passage of time the students from several departments showed interest in learning Geostatistics. This encouraged me to translate Dr. Clark's book, adopted in my course, during the sabbatical leave offered to me from the University of Jordan during the academic year 2006-2007, to which I owe a great deal of thanks. Finally I would like to apologize for any errors that I might have committed during the translation. I would like also to thank my colleague Dr. Abeer Salman, from King Saud University, for the proof reading of the translation and getting in Contact with Dr. Clark to ask for her permission in publishing the translation on her website. Dr. Clark's kind and instantaneous response to publish this translation, for the benefit of Arabic speaking students is highly appreciated. On their behalf, Thank you so much Dr. Isobel Clark.

Dr. Ghazi A. Saffarini

Geology Department, The University of Jordan

Amman - Jordan

الفصل الأول

المقدمة

يبدو من المفيد بادئ ذي بدء توضيح أي غموض يمكن أن يظهر أو ينتج عن استخدام مصطلح الجيوإحصاء Geostatistic . ففي مطلع الستينات وبعد كثير من العمل التجريبي Empirical work من قبل المؤلفين في جنوب افريقيا قام ماثيرون Matheron بنشر سلسلة من المقالات عما يسمى نظرية المتغيرات المؤقلمة " Theory of Regionalized Variables " ولقد أدى تطبيق هذه النظرية في الجيولوجيا والتعدين إلى أن أصبح مفهوم الجيوإحصاء Geostatistic أكثر شيوعا. إن موضوع هذا الكتاب مقصور على أبسط تطبيق لنظرية المتغيرات المؤقلمة والذي يتضمن عمل أفضل تقدير Best Estimate لمجهول في جسم الخام عند نقطة معلومة. وتسمى التقنية المستخدمة لذلك كريجنج Kriging. والهدف من هذا الكتاب تقديم معالجة مبسطة للجيوإحصاء لغير العارفين بهذا الحقل. ويمكن معالجة الموضوع على مستويات مختلفة من التعقيد الرياضي. والنية منعقدة هنا على الابقاء على الحسابات في المستوى الأدنى الضروري. وتفترض المعرفة البدائية من قبل القارئ بالمفاهيم الاحصائية العامة مثل : المتوسط Mean، التباين Variance، الانحراف المعياري Standard deviation، حدود الثقة Confidence limits والتوزع الاحتمالي Probability Distribution.

واستخدام هذه التقنية في حساب احتياط الخامات في عالم التعدين هو الأكثر شهرة، وما نرغب في أن نؤكد عليه أن القيام بعلمية تقدير أمر ممكن في حالة وجود استمرارية لقياس العينات في مكان محدد أو زمان محدد. أي عندما يتوقع أن تكون قيمة العينة متأثرة بمكانها وعلاقتها مع جيرانها. وبما أن معظم التطبيقات ومعظم خبرة المؤلفة في حقل التعدين ستكون معظم الأمثلة من هذا الحقل. كذلك سيكون هنالك ميل للحديث عن تركيز Grade الخام أكثر من الحديث عن قيمة العينة بهدف الاختصار ليس إلا. وإذا كان القارئ مهتما بحقول أخرى فيكفي أن تستبدل كلمة تركيز بالنفاذية أو المسامية أو السماكة أو الارتفاع أو الكثافة السكانية أو الهطول أو درجات الحرارة أو أطوال الصدوع او الشيوع Abundance أو غير ذلك.

لقد تمت أول محاولة لاستخدام مبادئ الاحصاء في حل مشكلات احتياط الخام قبل حوالي 30 عام في جنوب افريقيا وقد تمثلت المشكلة في ذلك الوقت في توقع قيمة التركيز في منطقة سيجري استغلالها باستخدام عدد قليل من العينات الحافية (الهامشية) في مناجم الذهب. هذا وتتفاوت تركيزات الذهب في الموقع الواحد بصورة كبيرة وعندما يتم تمثيلها بيانيا على شكل مضلع تكراري Histogram فإنها تري توزعا شديد الانحراف ذو نهاية طويلة باتجاه القيم المرتفعة. ومن هنا فإنه من الصعب التعبير عن مثل هذا النوع من التوزع في الطبيعة بالمقاييس المستخدمة للتعبير عن التوزع الطبيعي Normal Distribution إلا إذا جرى أولا تعديل ما.

يعتبر H.Sichel أول من طبق التوزع اللوغاريثمي الطبيعي Lognormal Distribution على تركيزات الذهب وحصل على نتائج مشجعة. وتم بعد ذلك نشر معادلات وجداول تمكن من الحساب الدقيق لمتوسط قيم تري توزعا لوغاريثميا طبيعيا ولحدود الثقة لهذا المتوسط. وفي الواقع هنالك ثلاثة اعتراضات أو عيوب أو مساوئ لاستخدام مثل هذا التطبيق هي:

1- أنه لابد وأن يكون التوزع الذي نتعامل معه توزعا لوغاريثميا.
2- يجب أن تكون العينات مستقلة. (مثل الذهب غير مرتبط بأية معادن أخرى).
3- عدم الأخذ بعين الاعتبار موقع العينة في جسم الخام. بمعنى أن العينات تؤخذ على نفس الدرجة من الأهمية.

على أية حال، اثبتت هذه التقنية أهميتها في مناجم الذهب خصوصا وأنها تقدم مقياسا لمصداقية التقدير. كما أنها وضعت الأساس لعمل إحصائي مستقبلي بتقديمها هيكلية مفهوم ضرورية، بمعنى بافتراضها أن العينات قادمة من نفس التوزع الاحتمالي. عند هذه المرحلة ، كان يفترض أن العينات (في منطقة ما) قادمة كلها من نفس التوزع – توزع لوغاريثمي- وتعرف هذه الفرضية في الإحصاء العادي بفرضية الثبات Stationarity.

لاحقا لهذا العمل عملت محاولات للأخذ بعين الاعتبار موقع العينات وتوزعها الفراغي في عمليات التعدين. ومن هنا فقد بدى أنه لابد من مراعاة ما يلي:

1- أولاً أنه لابد وأن يكون في الخام مواقع أحدها غنية والأخرى فقيرة.
2- وثانياً أنه لابد وأن يكون هنالك نوع من العلاقة بين مثل هذه المواقع.

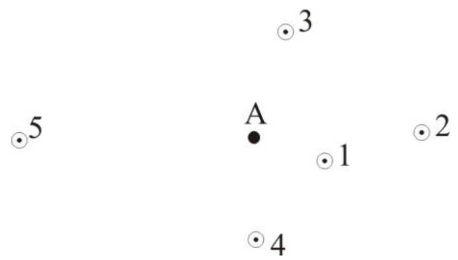
ولقد تمت معالجة مثل هذه الأمور في مطلع الخمسينات والستينات من هذا القرن بتقديم تقنية ما يسمى تحليل التوجهات السطحية Trend Surface Analysis ففي جنوب افريقيا كان يتم انتقاء التوجهات Trends بعمل ما يسمى المتوسط المتدحرج Moving Average والذي ينتج خارطة مهذبة Smoothed map تبين المواقع ذات القيم العالية والمواقع ذات القيم المنخفضة. أما في الولايات المتحدة فقد استخدم ما يسمى تحليل التوجه السطحي المتعدد الحدود Polynomial Trend Surface Analysis حيث يقتضي استخدام مثل هذا التحليل ايجاد معادلة رياضية تعبر عن التوجه. كلا الطريقتين بينهما شيء مشترك واحد هو الفرضيات الاساسية عن الخواص الاحصائية للخام. هذه الفرضيات تم توسيع حدودها من المفهوم الثابت إلى المفهوم المتغير لطبيعة التوضع أو الخام. إن توقع الطبيعة المتغيرة للخام يمكن التعبير عنه بتغير بسيط في خارطة مهذبة أو بمعادلة رياضية سهلة. هذا وحول أي توجه Trend لابد وأن يتوقع تغير عشوائي بمعنى أن قيمة التركيز الفعلي في أي نقطة من الخام يفترض أن تتكون مما يلي:

أ- مركبة ثابتة للتوجه (والتي غالبا ما تكون مجهولة).

ب- متغيرا عشوائيا ينتج توزعا معينا.

هكذا تغير المفهوم الثابت عن قيمة الركاز لأي خام وأصبح من المتوقع أن تتغير قيمة التركيز ببطء ولكن المتغير العشوائي لابد وأن يبقى ثابتا Stationary.

بهذا نكون قد اسقطنا فرضية التوزع اللوغاريثمي للخام. إن مثل هذه الطريقة مفيدة جدا في معالجة حسابات الخامات حيث تتوفر معلومات كبيرة عن قيم التركيز خصوصا في مناجم مثل مناجم الذهب، إلا إنها غير عملية وليست بذات فائدة إذا ما رغبنا في عمل تقدير محلي Local Estimation.



شكل 1-1: معاينة نظرية وتقدير للموقف

دعونا نناقش الآن مشكلة التقدير المحلي أي تقدير قيمة عينة في نقطة ما مثل نقطة A كما في شكل1-1. معطى معنا عينات في مواقع مختلفة. كما هو مبين في الشكل 1 يبدو منطقيا أن نطور طريقة للتقدير تعطي أهمية للعينة 1 أكثر من العينة 5. لهذا الغرض تم تطوير عدد كبير من الخطوات في تقدير الوزن أو الأهمية المتوجب اعطائها لكل عينة اعتمادا في الأغلب على بعد العينة عن النقطة التي نقوم بتقدير قيمة الخام عندها. هذا ويمكن وزن قيم العينات بمقلوب المسافة أو مقلوب مربع المسافة أو باستخدام أي ثابت اختياري على سبيل المثال مدى التأثير Range of influence مطروحا منه المسافة. تعتمد جميع هذه الطرق في اعطاء وزن لقيم العينات على حساب العلاقة بين قيمة الخام عند النقطة A وأي نقطة أخرى اعتمادا على المسافة بينهما فقط ولا شي غير ذلك. فهي لا تعتمد مثلا على كون أحد القيم من منطقة غنية بالتركيز أو فقيرة به أو على القيم الفعلية للعينات، ولكن فقط على الموقع الهندسي للعينات وفي الواقع إنها لا تعتمد حتى على المعدن في الخام.

هنالك مشاكل في استخدام هذاالنهج، فعلى سبيل المثال أي من عوامل الوزن يمكن اختياره؟ إلى أي مدى يمكن إن نستمر في اختيار وتضمين العينات؟ مثلا إذا كان هنالك عينة رقم 6 تبعد ضعف بعد العينة 5 فهل يتوجب تضمينها؟ ما هي مصداقية التقدير إذا ما قمنا بعمل ذلك؟ هل نستطيع أن نستخدم تطبيق نفس الطريقة على جميع أنواع الخامات؟ هذا من ناحية ،أما من الناحية الأخرى، فإن فكرة وزن العينات بأي مقياس لمدى تشابههما مع ما تم تقديره تعتبر فكرة مغرية. والتشابه الذي نتحدث عنه يمكن قياسه إحصائيا باستخدام التباين المشترك Covariance أو معامل المقارنة. على أية حال فإنه عند حساب أي منهما فإن علينا أن نعود لفرضية ثبات النوع Stationary Type Assumption. دعونا بدلا من ذلك ننظر إلى الفرق بين العينات

في الشكل 1-1 يبدو مبررا أن نتوقع اختلاف قيمة الخام في موقع 5 عنها في موقع 1 و بشكل كبير بينما قيمة الخام في موقع 1 ستكون اقل اختلافا عنها في موقع A. لنفترض الآن أن الفرق في قيم التركيز بين موقعين في الخام سيعتمد فقط على المسافة بينهما وعلى اتجاهما النسبي. لنفترض أننا أخذنا زوج من العينات يبعدان عن بعضهما 50 قدما على خط جنوبي - شمالي في جزء من الخام. وقمنا بقياس الفرق بينهما، ثم قمنا بنفس الشيء على عينات تبعد عن بعضها 200 قدما ومن مواقع مختلفة، وهكذا دواليك، فإن الفرق في قيمة التركيز الذي نحصل عليه سيكون مختلفا لكل زوج من العينات ولكن خاضع لافتراضنا أن جميع هذه القيم ستكون

تابعة لنفس التوزع. بهذا إذا تمكنا من أخذ عدد كاف من مثل أزواج العينات هذه، فإنه بامكاننا أن نقوم بعمل مضلع تكراري لقيم الفروق بين أزواج العينات وأن نتحرى من هذا الرسم نوع التوزع الذي تنتمي إليه. من هنا فإننا نتوقع أن يكون التوزع محكوما بالمسافة بين أزواج العينات وبالاتجاه الذي أخذت عليه العينات مثل 50 قدم شمال- جنوب. على أية حال سيكون هنالك مضلع تكراري لكل مسافة مأخوذة بين عينيتين في كل مرة ولكل اتجاه في جسم الخام. هذا ومن أجل بناء صورة واضحة عن الخام فإننا نحتاج لاجراء حساباتنا على مسافات مختلفة بين العينات في اتجاهات مختلفة. إن عملية تفحص المضلعات التكرارية المختلفة والتي سنحصل عليها قد يكون أمرا متعبا وقد يدخلنا في متاهات لا نرغب فيها. من أجل ذلك فإننا نلجأ إلى طريقة ذكية إلى تلخيص المعلومات والبيانات الممكن إعطائها عن كل مضلع تكراري باستخدام بضعة مقاييس بسيطة مثل المتوسط الحسابي والتباين.

لنفرض، وبغرض الاختصار، أن المسافة بين عينتين في اتجاه ما يمكن أن توصف بالرمز h فإننا بذلك نكون قد قلنا أن الفرق في التركيز بين عينتين يعتمد على h. بمفاهيم إحصائية فإن توزيع الفروقات في التركيز سيعتمد على h. وإذا ما كان هذا صحيحا للتوزع كله فسوف يكون صحيحا بالنسبة للمتوسط الحسابي للفروقات وكذلك لتباينها. من هنا فإنه يمكننا أن نرمز إلى المتوسط الحسابي للفروقات في التركيز بـ $m(h)$ وللتباين بـ $2\gamma(h)$.

والآن إذا ما كان لدينا مجموعة من أزواج العينات على مسافة محددة بـ h ، (لنقل المسافة 50 قدما باتجاه شمال- جنوب). فإنه بامكاننا أن نحسب القيمة التجريبية لـ $m(h)$ كما يلي:

$$m^*(h) = \tfrac{1}{n}\sum\left[g(x) - g(x+h)\right]$$

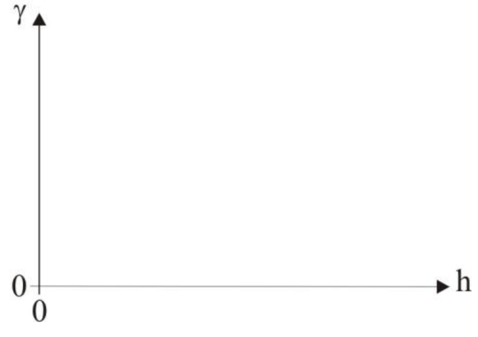
حيث g: قيمةالتركيز. x : تعبر عن مكان عينة من زوج العينات الذي نتعامل معه. $x+h$: تعبر عن موقع العينة الأخرى من زوج العينات. n: عدد أزواج العينات المأخوذة. m^* : متوسط ما تم حسابه عمليا ويختلف عن شي نظري. ربما تلاحظ أننا قدمنا "*" للدلالة على أن هذا الشيء قد قمنا بحسابه وليس شيئا نظريا. من سوء الحظ فإنه يمكن ان نبين أن حساب المتوسط النظري $m(h)$ اعتمادا على المتوسط العملي $m^*(h)$ هو طريقة غير جيدة وأن ايجاد طريقة مناسبة يتطلب حسابات معقدة ومركزة. دعونا ننظر عن قرب إلى $m(h)$. إنه يمثل متوسط الفرق في التركيز بين عينتين. بكلمات أخرى إنه يمثل فرقا متوقعا. وإذا كانت $m(h)$ تساوي صفرا فإن

هذا يعني أنه لا توجد فروق بين العينات التي تبعد عن بعضها مسافة h . بمعنى أننا نتوقع نفس التركيزات في مساحة ما من جسم الخام بين العينات التي تبعد عن بعضها مسافة h. وبمصطلحات تخصصية يعني هذا أنه لا يوجد توجه Trend. عموما إن أي قيمة لـ $m(h)$ تعني أن هنالك فروقات في قيم التركيز. وأما إذا ما انعدمت هذه الفروقات فإن قيمة $m(h)$ ستكون صفرا.

لنعد الآن إلى قيمة تباين الفروق Variance of the differences والتي يرمز إليها بـ $2\gamma(h)$ والمعروفة عادة بالمتباين (فيريوغرام) (Variogram) لأنها تتغير مع المسافة والاتجاه. هذه القيم يمكن حسابها عمليا بافتراض أنها لا تري توجها على النحو التالي:

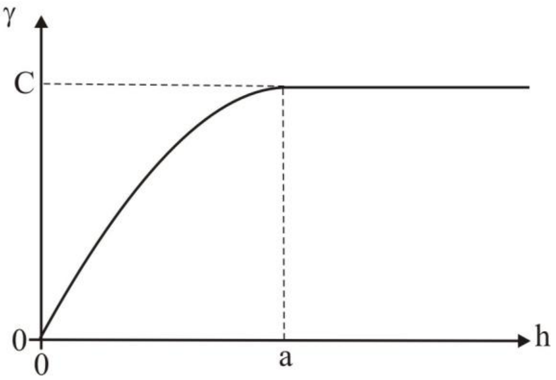
$$2\gamma^*(h) = \frac{1}{n}\sum\left[g(x) - g(x+h)\right]^2$$

إن العدد 2 أمام قيمة (γ) موجود لأهداف رياضية بحتة والمصلح $\gamma(h)$ يسمى المتباين النصفي Semi-variogram. الآن وبعد أن قدمنا المتباين النصفي فإن السؤال الذي يطرح نفسه ينص على ماهية نوع السلوك الذي نتوقع أن يتحلى به المتباين النصفي؟ إن لدينا مقياسا للفروقات في قيم العينات التي تبعد مسافات (h) عن بعضها البعض. والمقياس هذا الذي نملكه يعبر عنه بوحدات القيم المستعملة عادة مثل وزن بالمائة $(Wt.\%)^2$ أو جزء من مليون جزء$(ppm)^2$، أو غير ذلك. وأفضل طريقة لتوضيح هذه الأرقام هو الرسم البياني. أنه لأمر عادي أن نرسم رسما بيانيا كما في شكل 1-2 حيث تسقط المسافة بين أزواج العينات على المحور الأفقي وقيم المتباين النصفي على المحور الرأسي. حسب التعريف يبدأ كل من المحورين بالقيمة صفر. لنفرض الآن أننا أخذنا عينتين من نفس المكان وقمنا بقياس قيمة التركيز فإننا نتوقع أن تكون قيمة الفرق بين التركيزين صفرا.



الشكل 1-2: الطريقة المعتادة في رسم ما يسمى المتباين النصفي.

وتبعا لذلك فإن قيم (γ) أيضا ستكون صفرا ولابد وأن تمر من منشأ الرسم أي من القيمة صفر. لنفرض الآن أننا ابتعدنا قليلا بالعينات عن بعضها البعض وبهذا ستكون قيمة موجبة ولو قليلة للمتباين النصفي. وكل ما ابتعدت العينات عن بعضها بعضا لابد وأن تزيد الفروق. وفي الحالات المثالية عندما تصبح المسافات بين العينات كبيرة جدا لابد وأن تصبح قيم العينات مستقلة عن بعضها البعض. وبهذا تصبح قيم المتباين النصفي ثابتة. وبما أن المتباين النصفي يحسب لنا الفروقات بين العينات المستقلة فإن الشكل المثالي له يبينه الشكل3-1. وهذا الشكل يمثل بالنسبة لحاسبي كميات الخامات ما يمثله شكل التوزيع الطبيعي بالنسبة للاحصائيين. إن هذا الشكل عادة ما يسمى موديل أو نموذج ماثيرون.



الشكل 3-1: شكل مثالي لـلمتباين النصفي.

هذا ويرمز إلى المسافة التي تصبح العينات عندها مستقلة عن بعضها البعض بالرمز a ويسمى مدى تأثير العينة. وأما قيمة المتباين النصفي (γ) التي يبدأ عندها الرسم في الاستواء فيرمز لها بالرمز C وتسمى عتبة Sill المتباين النصفي. هذا ويعبر عن النموذج الكروي للمتباين النصفي رياضيا على النحو التالي:

$$\gamma(h) = C\left(\frac{3h}{2a} - \frac{h^3}{2a^3}\right) \qquad \text{عندما تكون } h \le a$$

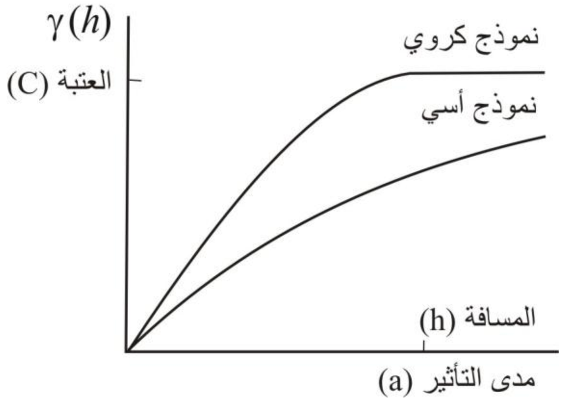
$$\text{عندما تكون } h \ge a \; \gamma(h) = C$$

وفي الأصل وكما هو الحال بالنسبة للتوزع الطبيعي فقد تم اشتقاق هذا النموذج اعتمادا على أسس نظرية ولكن وجد أن له تطبيقا عمليا واسعا. إن هنالك العديد من نماذج المتباينات النصفية ولكن قله منها الأكثر استخداما.

هنـاك نمـوذج متبـاين نصـفي بعتبـة Sill يبـدو وأنـه قد وجد تطبيقـا عمليـا آلا وهـو نمـوذج المتباين النصفي الأسي والذي يعبر عنه رياضيا كالتالي:

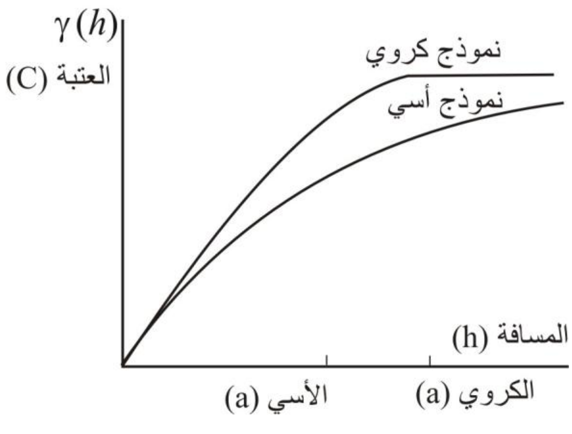
$$\gamma(h) = C[1 - \exp(-h/a)]$$

هذا النمـوذج يبـزغ تـدريجيا مـن مركـز الرسـم ويعكـس النمـوذج الكـروي ونـادرا مـا تصـل عتبتـه الخاصة به. يري الشكل 1-4 نموذج كروي وآخر أسي لهما نفس مدى التأثيرونفس العتبة.



الشكل 1-4: مقارنة بين نموذجين كروي وأسي لهما مدى واحد وعتبة واحدة وميل مختلف.

هذا ويمثـل الشـكل 1-5 مقارنـة اخـرى بـين نمـوذجين أحـدهما كـروي والآخـر أسـي بـنفس العتبة ودرجة الميل. والهدف من هذه المقارنة سوف يتضح في الفصل الثاني.



شكل 1-5: مقارنة بين نموذجين أحدهما كروي والأخر أسي ولهما نفس الميل.

من أهم خـواص النمـاذج التـي لهـا عتبـة، مـن الناحيـة الرياضـية البحتـه ومـن الناحيـة التطبيقيـة ايضـا، هـو أن قيمـة العتبـة C تسـاوي قيمـة تبـاين التركيـز Variance. فـإذا مـا اسـتطعت أن تأخـذ

مجموعة من العينات العشوائية من أي خام وأن تحسب قيمة التباين Variance على النحو التالي:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum (g_i - \bar{g})^2$$

حيث

$$\bar{g} = \frac{1}{n}\sum g_i$$

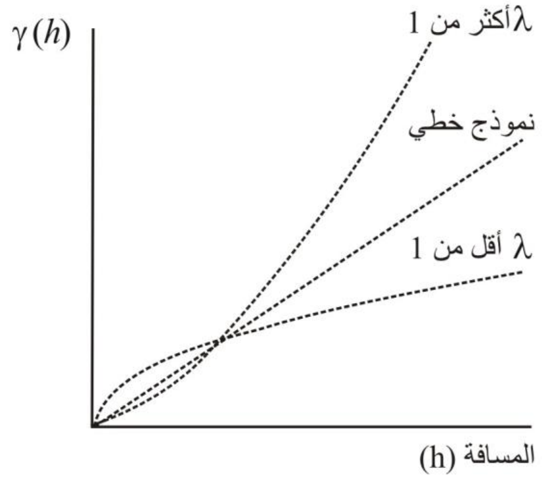
فإن كل من s^2 و C ستكون التقدير الحقيقي لتغير العينات هذا وسنبين لاحقا أن العلاقة بين كل من C و s^2 سيكون لها علاقات مدى متباعدة. كما ويوجد هنالك ايضا نماذج لا عتبة لها. ابسطها النموذج الخطي Linear Model

$$\gamma(h) = ph$$

حيث p تمثل ميل المستقيم. وكامتداد لهذا النموذج هنالك أيضا النموذج الخطي المؤقلم Regionalized Linear Model

$$\gamma(h) = ph^{\lambda}$$

حيث أن قيمة λ تتراوح بين صفر و2 (بحيث لا تكون مساوية لـ2)، هذا ويمثل الشكل 6-1 النموذج المذكور بقيم متفاوتة لـ λ.



الشكل 1-6: النماذج الخطية والخطية المؤقلمة.

هنالك نموذج آخر بعتبة ويسمى نموذج de Wijsian

$$\gamma(h) = 3\alpha \log_e(h)$$

حيث يكون المتباين النصفي مستقيما إذا ما رسم بحيث يبين العلاقة مع لوغاريثمات الفروق. كما وأن هنالك نموذج اخر في الطبيعة يصف المتباين النصفي بظاهرة عشوائية بحتة. وبصورة فعلية فإنه نموذج كروي ذو مدى تأثير قليل. إن ظاهرة التشذر Nugget Effect تعطي بـ

$$\gamma(0) = 0$$

$\gamma(h) = C_o$ عندما $h>0$

ومما يجدر ذكره أن المتباين النصفي المعبر عن ظاهرة عشوائية لابد وأن تكون قيمته صفرا على مسافة صفر وأن عينتين مأخوذتين من نفس المكان لابد وأن تكون لهما نفس القيمة.

وفي الواقع، فإن الكثير من المتباينات النصفية يعبر عن مزيج من اثنين أو أكثر من النماذج وهذا ما سيتبين في الفصل القادم. ولتلخيص مقدمتنا في علم الجيوحصاء إليك الفرضيات الأساسية التالية اللازمة لتطبيقه:

أ) أن الفروق في قيم العينات تحدد فقط بالموقع الفراغي لهذه العينات

ب) أننا مهتمون فقط بمتوسط تباين الفروقات في قيم العينات وبذلك فإن ما نناضل من أجله أي ما نحاول إثباته أن هذين المتغيرين يعتمدان على مواقع العينات المكانية بالنسبة إلى بعضها بعضا

جـ) من أجل تسهيل الأمور فإننا نفترض أنه لا يوجد أي شي يمكن أن يؤثر على قيم العينات التي نتعامل معها ضمن حدود اهتمامنا. لذلك فإننا نهتم فقط بمتغير الفروقات في قيم العينات.

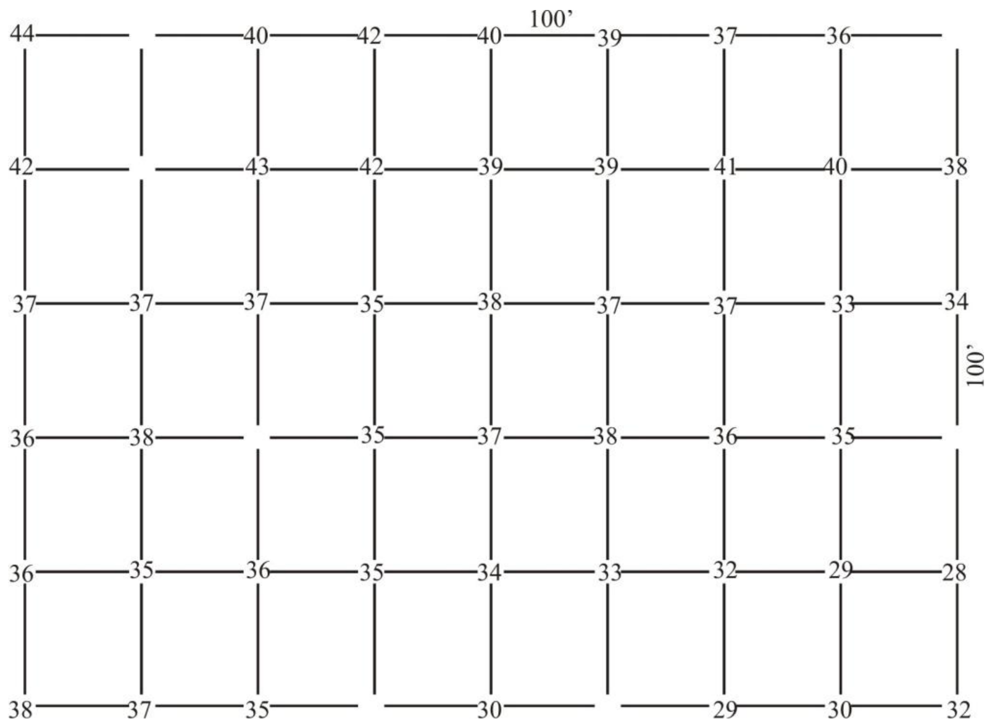
من خلال هذه الافتراضات بدعنا فكرة المتباين النصفي وناقشنا الشكل الذي نتوقع أن يأخذه. وفي الفصل القادم سوف نناقش كيفية حساب متباين نصفي تجريبي وسنحاول أيضا ربطه بأحد النماذج التي تمت مناقشتها.

الفصل الثاني

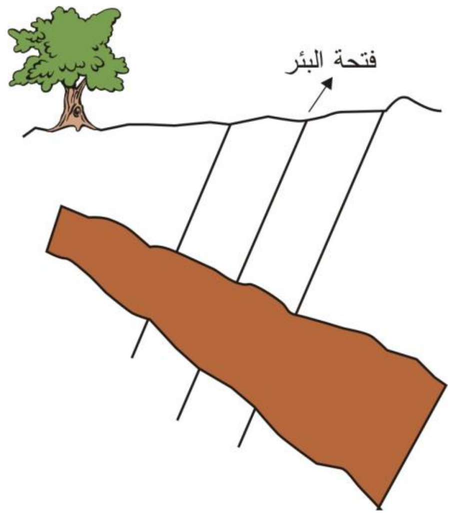
المتباين النصفي Semivarigoram

لقد وضح لنا في الفصل الأول كيف نتج تعريف المتباين النصفي من فكرة "الاستمرارية" و " العلاقة المرتبطة بالمكان في داخل الخام". والمتباين النصفي (γ) هو رسم و/أو معادلة تصف الفروقات المتوقعة في قيم التركيز بين أزواج من عينات ذات اتجاهات معينة. وقد ناقشنا ايضا الأشكال المثالية التي يمكن أن يتخذها المتباين النصفي. هذا وسنقوم الآن بمناقشة متباينات نصفية محسوبة أو تجريبية.

لنأخذ بعين الاعتبار القيم المعطاة في شكل 2-1 والتي تمثل خام حديد طباقي الشكل، حفرت خلاله مجموعة من الآبار عموديا على ميل الخام. والقيمة المعطاة في كل موقع هي متوسط تركيز الحديد (wt%) [2] للعينة اللبية على طول جسم الخام (انظر الشكل 2-2). أساسا هذه مشكلة ثنائية الأبعاد، بحيث أن h في تعريفنا للمتباين النصفي تعتمد على المسافة بين أزواج العينات واتجاهها النسبي في مستوى ثنائي الأبعاد

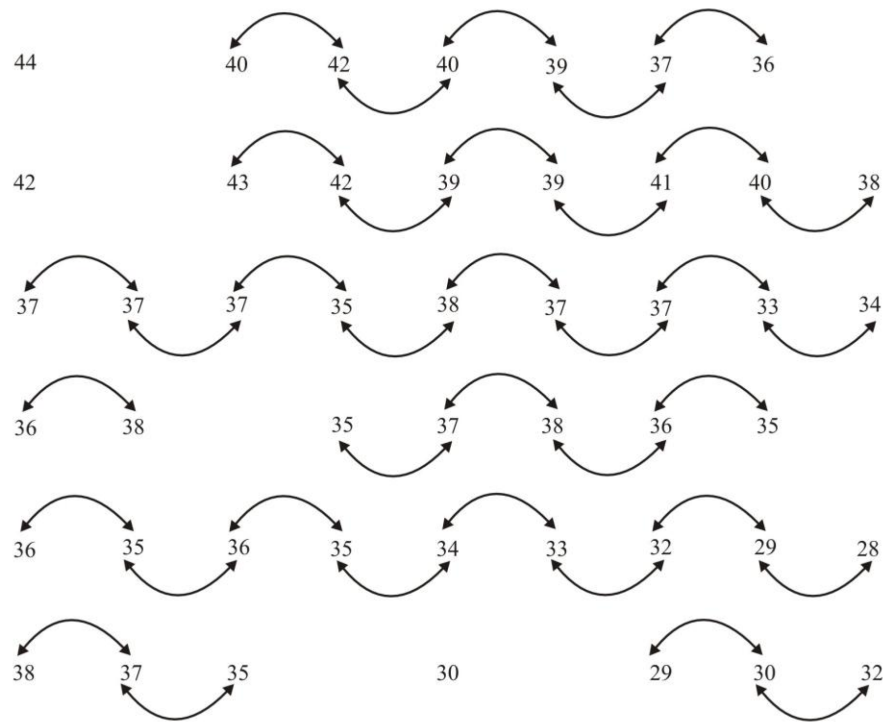


الشكل 2-1 :مثال لبيانات مسقطة على شبكة لحساب المتباين النصفي التجريبي.



الشكل 2-2: مقطع رأسي في توضع خام حديد.

دعونا نقوم الآن ببناء متباين نصفي في اتجاه شرقي-غربي. وبما أن الحفر قد تم على شبكة مربعة وحدتها ذات أبعاد 100 x 100 قدم فإنه بامكاننا أن نقوم بحساب المتباينات النصفية على مسافات 100 قدم أو مضاعفاتها. على المسافة صفر قيمة γ = صفر. أما على مسافة 100قدم فإنه يتوجب علينا أن نحدد أولا أزواج العينات التي تبعد عن بعضها البعض 100 قدم في اتجاه شرق-غرب. هذه الأزواج مبينه في الشكل 2-3.



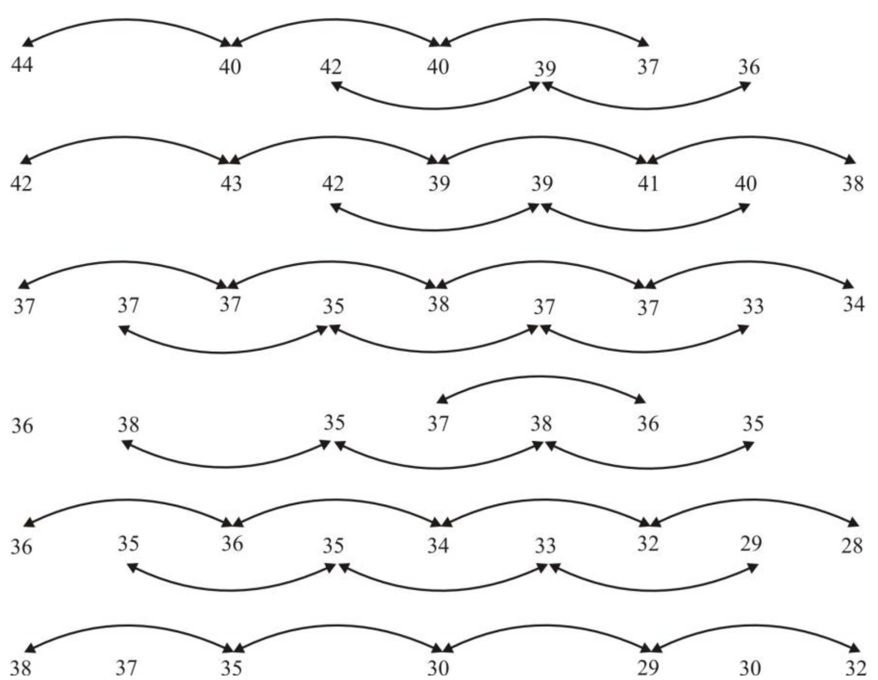
الشكل 2-3: تحديد أزواج العينات التي تبعد عن بعضها البعض 100 قدم في اتجاه شرق-غرب.

والحساب حسب التعريف ينص على: حساب الفرق لكل زوج من العينات التي تم تحديدها، ثم تربيع هذه الفروقات، ثم جمع مربعات الفروقات، وأخيرا نقوم بقسمة مجموع مربع الفروقات على ضعف عدد أزواج العينات، وفي مثالنا:

$$\begin{aligned}\gamma^*(100) \;=\; & [\,(40-42)^2+(42-40)^2+(40-39)^2+(39-37)^2\\ & +(37-36)^2+(43-42)^2+(42-39)^2+(39-39)^2\\ & +(39-41)^2+(41-40)^2+(40-38)^2+(37-37)^2\\ & +(37-37)^2+(37-35)^2+(35-38)^2+(38-37)^2\\ & +(37-37)^2+(37-33)^2+(33-34)^2+(35-38)^2\\ & +(36-37)^2+(37-36)^2+(36-36)^2+(36-35)^2\\ & +(36-35)^2+(35-36)^2+(36-35)^2+(35-34)^2\\ & +(38-37)^2+(37-35)^2+(29-30)^2+(30-32)^2]\\ & \div(2\times 36)\end{aligned}$$

$$\gamma^*(100) = 1.46(\%)^2$$

وبهذا نكون قد حصلنا على نقطة يسهل إسقاطها على رسم يمثل متباين نصفي تجريبي γ^* مقابل المسافة h بمعنى أن هذه النقطة سيكون لها الاحداثيات (100 قدم، 1.46 $(\%)^2$) لنجعل الآن المسافة بين أزواج العينات 200 قدم. الشكل 2-4 يرينا أزواج العينات التي تبعد عن



الشكل 2-4: تحديد أزواج العينات التي تبعد عن بعضها البعض 200 قدم في اتجاه شرق غرب.

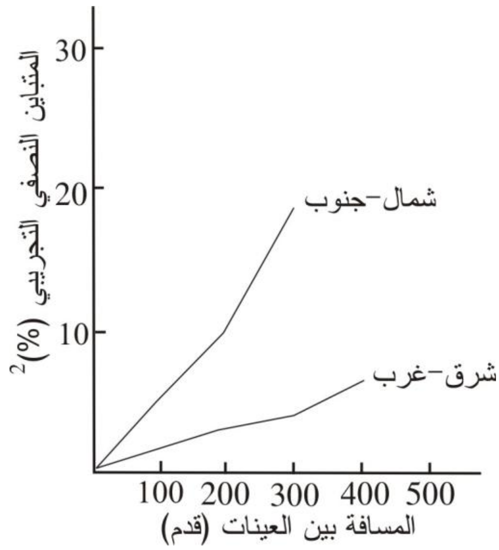
بعضها البعض 200 قدم في اتجاه شرق - غرب. وفي هذه الحالة يكون الحساب على النحو التالي:

$$\gamma^*(200) = [(44-40)2+(40-40)^2+(42-39)^2+(40-37)^2$$
$$+(39-36)^2+(42-43)^2+(43-39)^2+(42-39)^2$$
$$+(39-41)^2+(39-40)^2+(41-38)^2+(37-37)^2$$
$$+(37-35)^2+(37-38)^2+(35-37)^2+(38-37)^2$$
$$+(37-33)^2+(37-34)^2+(38-35)^2+(35-36)^2$$
$$+(37-36)^2+(36-35)^2+(36-36)^2+(35-35)^2$$
$$+(36-34)^2+(35-33)^2+(34-32)^2+(33-29)^2$$
$$+(32-28)^2+(38-35)^2+(35-30)^2+(30-29)^2$$
$$+(29-32)^2]\,/(2 \times 33)$$
$$\gamma^*(200) = 3.30(\%)^2$$

والقيمة الجديدة $\gamma^*(200)$ نسقطها على الرسم مقابل 200 قدم. وكما هو واضح من مثالنا فإننا سنستمر إلى مسافة 800 قدم والتي سنجد لها 8 أزواج. وفي واقع الأمر فإننا نادرا ما نتخطى نصف المدى الذي تم أخذ عينات منه (في حالتنا هذه 400 قدم). هذا ويري الجدول 2-1 القيم التجريبية للمتباين النصفي محسوبة باتجاهين، شرق-غرب، وشمال-جنوب، كما إن شكل 2-5 يمثل هذه القيم في الاتجاهين المذكورين.

جدول 2-1: حساب المتباين النصفي التجريبي باتجاهين لمثال خام الحديد المسقط على الشبكة المربعة.

الاتجاه	المسافة بين العينات (قدم)	المتباين النصفي التجريبي	عدد الأزواج
شرق -غرب	100	1.46	36
	200	3.30	33
	300	4.31	27
	400	6.70	23
شمال - جنوب	100	5. 35	36
	200	9.87	27
	300	18.88	21



الشكل 2-5:المتباينات النصفية التجريبية في الاتجاهين الرئيسين لمثال خام الحديد.

الجدول 2-2: حساب المتباين النصفي في اتجاه قطري لخام الحديد

الاتجاه	المسافة بين العينات (قدم)	المتباين النصفي التجريبي	عدد الازواج
الاتجاه الشمالي الغربي – الجنوبي الشرقي	141 282 424	7.06 12.95 30.85	32 21 13

وكما يبدو من هذا الشكل فإن هنالك فرقا مميزا في بنائية الخام في الاتجاهين المذكورين، هذا ويرتفع المتباين النصفي في اتجاه شمال - جنوب بصورة أكثر تميزا عنها في اتجاه شرق -غرب. الشيء الذي يعني استمرارية أعظم في الاتجاه شرق-غرب. ومن أجل تأكيد ذلك علينا أن نحسب المتباين الصفي في اتجاه قطري واحد على الأقل (شمال غرب - جنوب شرق) والحسابات مبينة على نفس الرسم ومدونة في جدول 2-2. طبعا المسافات التي يتم الحساب عليها في هذه الحالة هي عبارة عن مضاعفات $100\sqrt{2}$. وكما يبدو فإن المتباين النصفي أقرب إلى الاتجاه شمال-جنوب منه إلى الاتجاه شرق-غرب. والنتائج التي يمكن التوصل إليها في هذه الحالة هي:

1- يلزم مزيد من المعلومات لكي يتم تحديد محور عدم التماثل الفعلي True axes of anisotropy.

2- يجب أن لا نتفائل بأن الشبكة التي تم على أساسها الحفر قد أرسيت دعائمها بشكل جيد.

3- يجب أن نقرر فيما إذا كانت القيم الأخيرة في المتباين النصفي النظري ممكن أخذها بعين الاعتبار أم لا، خصوصا وأنها تعتمد على عدد قليل من أزواج العينات (13 زوج) بالمقارنة مع القيمة القليلة للمتباين النصفي والمحسوبة بـ 32 و 21 زوج من العينات. فهل نضع في آخر قيمة مستوى من الثقة يعادل ثلثي الثقة الموضوعة في القيمة ما قبل الأخيرة؟ لقد عملت هنالك محاولات من هذا الطراز في Fountainblue. عموماً من الواضح أنه كلما قل عدد الأزواج المحسوب منها قيمة المتباين النصفي كلما قلت الثقة فيه.

إن قيمة المتباين النصفي في الاتجاه الشرقي - الغربي تبدو أكثر واقعية وثباتا وتري ميلا قيمته:

$(\%6,5)^2 \div 400 = 0,01625\ (\%)^2$ قدم.

ومن هنا فإن قيمة المتباين النصفي النظري للاتجاه الشرقي – الغربي تساوي

$$\gamma(h) = 0.01625\ h\ (\%)^2$$

وبالنسبة للاتجاه الشمالي – الجنوبي يبدو الثاني معقولا:

$$\gamma(h) = 0.05\ h\ (\%)^2$$

بمعنى أننا في الاتجاه شرق - غرب نتوقع فرقا مربعا تمثله القيمة 0.01625 لكل قدم بين العينات. وبطريقة أخرى فإن الفرق المتوقع في قيمة تركيزالحديد يساوي 0.1275% بين كل عينتين تبعدان عن بعضهما مسافة قدم واحد. وفي الاتجاه شمال - جنوب يكون الفرق المتوقع 0.2236 % Fe. وأما بالنسبة لعينتين تبعدان 100 قدم فسيكون الفرق في الاتجاه شرق - غرب: 1.275 % Fe و 2.236% Fe حديد شمال – جنوب وهكذا. وبهذا نكون قد بنينا صورة عن التغيرات في قيم التركيز في ذلك الجزء من جسم الخام وأن لدينا نموذجا بسيطا لوصف الفروقات في قيم التركيز.

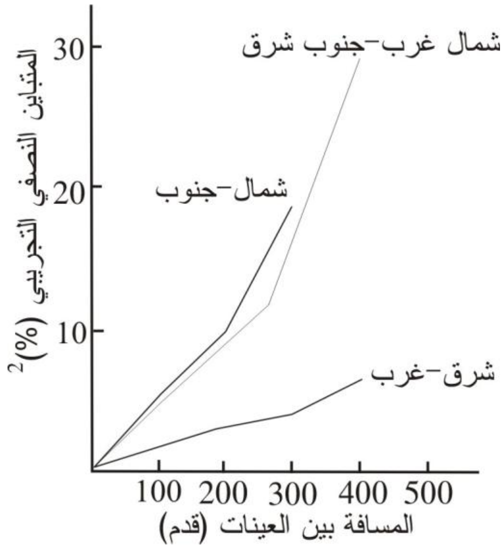
لنأخذ الآن مثالا آخر، الجدول 2-3 يبين معلومات عن أحد الآبار التي تم حفرها في تمعدن زنك ورصاص منبث في صخور جيرية. تمثل الـ 45 مترا الأولى صخرا عاقرا وأما بقية اللب فقد تم تقسيمه إلى مقاطع يبلغ طول الواحد منها 1.52 متر(5 قدم)، وفي نقطة ما قد يتم فقد اللب ربما لأن الحفر قد بلغ كهفا أو تجويفا أحدثته المياه الجوفية في الصخر الجيري المشار إليه. وكما هو الحال في كثير من التوضعات الثلاثية الأبعاد هنالك الكثير من المعلومات المفصلة تحت البئر ولكن الآبار عادة ما تكون مبعثرة. والممارسة المتبعة والحالة هذه هي عمل المتباين النصفي لما

تحت البئر ثم ينظر بعد ذلك إلى الاتجاهات الأفقيـة كمـا عملنـا فـي المثـال الأول. وللتدريب دعونـا نحسـب المتبـاين النصـفي تحـت البئـر المـذكورة. ومـن الناحيـة الفعليـة فـإن المشـكلة فـي منتهـى السهولة حيث لدينا عينات مأخوذة على أبعاد متساوية ولا يوجد إلا فراغ واحد لمسافة

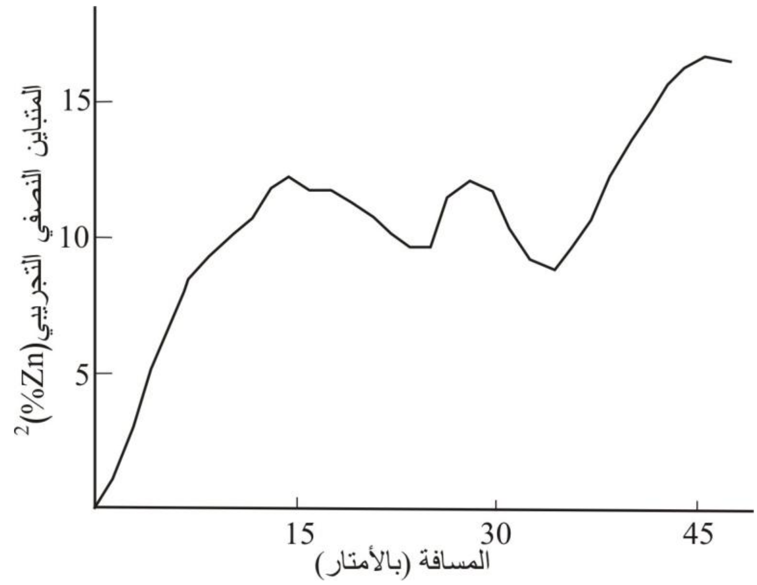
الجدول 2-3: سجل بئر فرضي عن توضع رصاص وزنك. والقيم للزنك.

العمق تحت أعلى اللب	$Zn(\%)$	العمق تحت أعلى اللب	$Zn(\%)$
45.40	8.44	98.60	2.56
46.92	6.21	100.12	4.48
48.44	4.01	101.64	8.73
49.96	3.23	103.16	9.64
51.48	2.62	104.68	15.28
53.00	1.20	106.20	لب مفقود
54.52	1.02	107.72	لب مفقود
56.04	0.62	109.24	لب مفقود
57.56	0.20	110.76	لب مفقود
59.08	0.14	112.28	7.56
60.60	0.13	113.80	6.78
62.12	0.24	115.32	7.16
63.64	0.22	116.84	5.51
65.16	0.24	118.36	2.61
66.68	0.22	119.88	3.34
68.20	0.35	121.40	6.80
69.72	0.35	122.92	3.84
71.24	0.34	124.44	3.21
72.76	0.39	125.96	3.90
74.28	0.66	127.48	3.58
75.80	1.40	129.00	4.32
77.32	4.35	130.52	6.00
78.84	7.74	132.04	2.70
80.36	7.06	133.56	3.72
81.88	4.93	135.08	4.80
83.40	3.05	136.60	6.31
84.92	2.42	138.12	7.05
86.44	1.34	139.64	7.24
87.96	0.56	141.16	8.19
89.48	0.53		
91.00	0.70		
92.52	1.01		
95.56	1.20		
97.08	1.87		

مقدارها 6.02 م. والجدول 2-4 يمثل المتباين النصفي التجريبي المحسوب والشكل 2-7 يمثل العلاقة بين المتباين النصفي والمسافة.



الشكل 2-6: متباين نصفي تجريبي يتضمن الاتجاه القطري لمثال خام الحديد.



الشكل 2-7: متباين نصفي محسوب من أحد الآبار في جسم خام فرضي من الرصاص والزنك.

في مثل هذه الحالة يقل عدد أزواج النقاط بصورة تدريجية وثابتة مع ازدياد المسافة من 58 زوج لمسافة تساوي 1.52م إلى 28 زوج لمسافة 48.64 م. ومن هنا فإن أكثر النقاط أهمية في الرسم تلك التي تمثل المسافات القريبة ثم تأخذ الثقة بالنقص تدريجيا وبانتظام. يبدو أن المتباين النصفي في حالتنا هذه يقترب من الشكل المثالي الذي سبق وأن تحدثنا عنه (شكل ماثيرون) حيث يبزغ من نقطة الأصل(0 ، 0) ويبدأ في الاستواء على بعد 15م، ويستمر بقليل

من التغير حول القيمة 10.5$(\%)^2$. وباستطاعتنا أن نطابق نموذجا كرويا للمتباين النصفي بدون عناء. على أية حال دعونا نلقي نظرة على التغيرات حول العتبة. هنالك انخفاض في المنحنى عند المسافة 25م وآخر عند 35م. وهناك فرق قليل بين العينات التي تبعد عن بعضها 25م مقارنة بالعينات التي تبعد عن بعضها 15م.

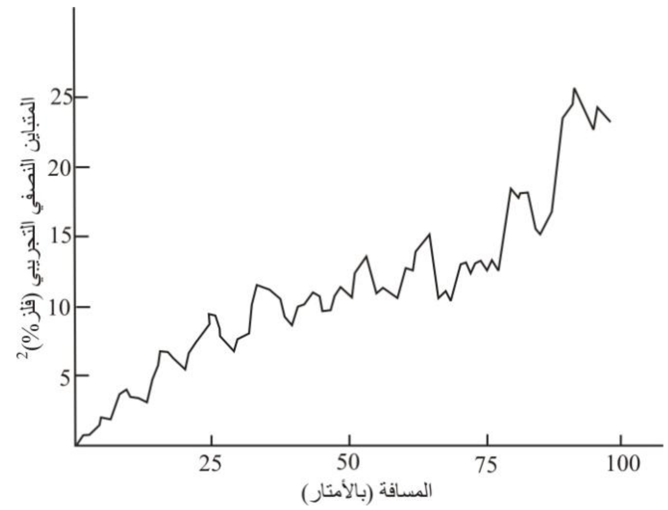
الجدول 2-4: متباين نصفي محسوب من توضع الرصاص والزنك.

المسافة بين العينات (م)	المتباين النصفي $(\%)^2$	عدد الازواج	المسافة بين العينات (م)	المتباين النصفي $(\%)^2$	عدد الازواج
1.52	1.33	58	25.84	9.26	39
3.04	3.09	56	27.36	11.09	38
4.56	5.03	54	28.88	11.70	37
6.08	6.70	52	30.40	11.25	36
7.60	8.26	51	31.92	9.68	36
9.12	9.00	50	33.44	8.60	36
10.64	9.67	49	34.96	8.45	36
12.16	10.46	48	36.48	9.15	36
13.68	11.44	47	38.00	10.15	35
15.20	11.87	46	39.52	11.70	34
16.72	11.39	45	41.04	13.04	33
18.24	11.33	44	42.56	14.03	32
19.76	10.93	43	44.08	14.98	31
21.28	10.48	42	45.60	15.70	30
22.80	9.76	41	47.12	15.94	29
24.32	9.21	40	48.64	15.81	28

وإذا ما عدنا إلى قيم التركيز في الجدول الأصلي للعينات نستطيع ان نقرر أن الارتفاع والانخفاض في قيم العينات شبه منتظم. كما أن هناك منطقة غنية على بعد 24م من بداية الحفر وأخرى على بعد 81م، وثالثة محتملة على بعد 106م حيث فقد اللب. والمسافات بين هذه المواقع

الغنية هي 34م، 25م على الترتيب. وبهذا فإن المتباين النصفي التجريبي يجلب انتباهنا إلى وجود مواقع غنية تحت فتحة البئر. إن مثل هذه الاستنتاجات لابد من مراجعتها باستخدام نتائج من آبار أخرى و/أو معلومات عن التوضع (التركيز). هذا وإذا ما حصلنا على نفس النموذج للمتباين النصفي فإننا نتوقع أن يكون شكل التوضع عدسيا او طباقيا. وإذا لم تري بقية الآبار نفس الارتفاعات والانخفاضات فإن معنى ذلك لابد وأن يكون تغيرات محلية. لقد أخذت المعلومات التي تمت مناقشتها من خام له شكل عدسي. وهذا مثال لما يمكن أن يحدث إذا ما تكررت (التوجهات) وتم تجاهلها. من الناحية الأخرى لعمل تقدير على مسافات قليلة، ولنقل 20م في اتجاه رأسي، فإن النموذج الكروي يمكن أن يكون مناسبا.

جميع الأمثلة التوضيحية التي تمت مناقشتها لغاية الآن عملت على مجموعات صغيرة من البيانات بحيث يتمكن القارئ من اختبار فهمة لآلية الحساب بمحاولته إعادة الحصول على الجواب. وأما عملية وصف المتباين النصفي التجريبي فهي مسألة اخرى تصبح أكثر سهولة مع المران. لذلك فإنني أرغب في ايراد بعض أمثلة للمتباين النصفي من خبرتي الخاصة. الجدول 2-5 يمثل متباين نصفي تجريبي حسب على قيم فضة من عينات أخذت من توضع طباقي في كبريتيدات فلزات قاعدية منبثه. تم حفر نفق أفقي في الخام ثم أخذت عينات قنوانية Channel samples كل متر على طول جدار النفق. وبما أن عرض الخام متغير حسب المحتوى التراكمي Accumulation (التركيز*السماكة) لكل عينة. تمت معاينة 400م بهذه الطريقة. يعبرعن وحدات المحتوى التراكمي بمتر مئوي (م%) وبذلك فإن قيم المتباين النصفي التجريبي هي $(م\%)^2$. الشكل 2-8 يرى رسما للمتباين النصفي مقابل المسافة. تمثل النقاط عند القاعدة شبه خط مستقيم. وهذه خاصية لمعظم نماذج المتباينات النصفية الشائعة.

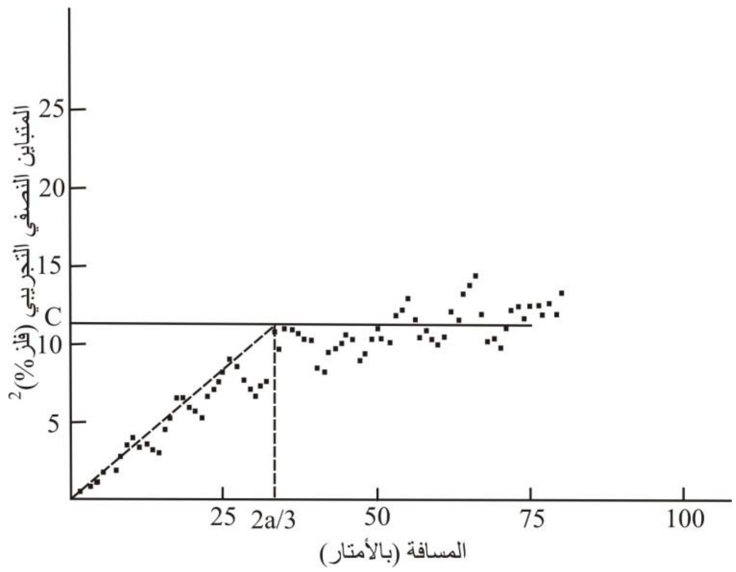


الشكل 2-8: متباين نصفي تجريبي مبني على قيم فضة من توضع معقد كبريتيدي.

الجدول 2-5: متباين نصفي تجريبي لنفق طوله 400م- قيم فضة.

المسافة بين العينات (م)	المتباين النصفي التجريبي	المسافة بين العينات (م)	المتباين النصفي التجريبي
1	0.42	51	10.22
2	0.72	52	9.96
3	0.92	53	11.64
4	1.36	54	11.93
5	1.69	55	12.62
6	2.03	56	11.35
7	1.95	57	10.18
8	2.75	58	10.69
9	3.65	59	10.03
10	4.05	60	9.81
11	3.44	61	10.23
12	3.55	62	11.85
13	3.24	63	11.27
14	3.07	64	13.01
15	4.52	65	13.61
16	5.23	66	14.17
17	6.53	67	11.75
18	6.41	68	9.91
19	5.98	69	10.12
20	5.72	70	9.56
21	5.26	71	10.91
22	6.46	72	11.98
23	7.01	73	12.13
24	7.55	74	11.45
25	8.06	75	12.14
26	8.94	76	12.26
27	8.48	77	11.69
28	7.65	78	12.30
29	7.04	79	11.63
30	6.49	80	12.98
31	7.26	81	15.78
32	7.47	82	17.42
33	7.66	83	16.72
34	9.54	84	17.20
35	10.98	85	17.16
36	10.82	86	14.67
37	10.58	87	14.12
38	10.21	88	14.56
39	10.08	89	16.04
40	8.28	90	17.81
41	8.08	91	20.96
42	9.34	92	22.70
43	9.55	93	23.20
44	9.87	94	24.37
45	10.45	95	23.67
46	10.23	96	21.66
47	8.87	97	21.44
48	9.19	98	22.94
49	10.19	99	22.29
50	10.73	100	22.16

يبزغ المنحنى ثم يستوي عند قيمة 11(م%)^2، ثم يبزغ من جديد أكثر فأكثر. وفي الواقع بعد 75م يمثل المنحنى قطعا مكافئا (Parabolic). إن هذا لدليل على وجود توجهات Trends ذات أنماط متعددة في الخام. وهنالك على مسافات أكبر يبدو أن توجها يتغير بسلاسة. هذا وإذا ما رغبنا في الأخذ بعين الاعتبار نقاطا تبعد عن بعضها البعض أكثر من 75م في طرق التقدير، فإن علينا أن نأخذ بالحسبان وجود مثل هذا التوجه (أنظر الفصل السادس). عموما إذا ما حصرنا اهتمامنا في منطقة لا يتعدى قطرها 75م فإننا يمكن أن نتجاهل آمنين هذه المشكلة.



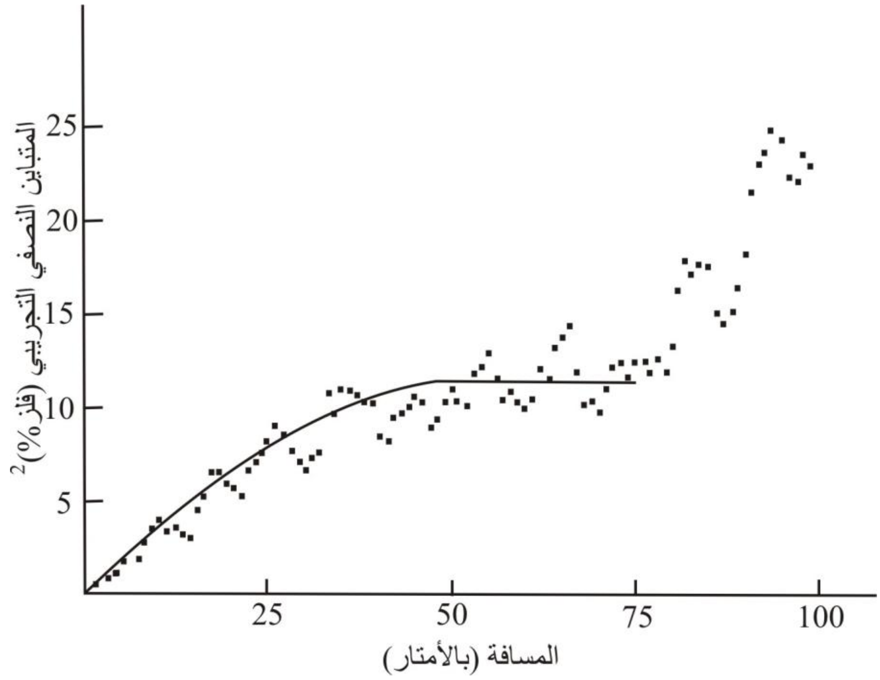
الشكل 2-9: التقدير الأولي للنموذج ومعالمهللمتباين النصفي للفضة.

دعونا الآن نلقي نظرة على المتباين النصفي لمسافة قدرها 75م فقط (انظرالشكل 2-9). تظهر هناك عتبة عند القيمة 11 (م%)^2، حيث رسم خط افقى على الشكل. المتغير الذي يصعب رؤيته هو مدى التأثير a. يمكن أن نري كما يظهر في حالة استعمال النموذج الكروي Spherical، ومن الطبيعة المنبسطة للعتبة، أننا إذا رسمنا خطا من خلال النقاط الأولى للمتباين النصفي التجريبي فسوف يقطع العتبة على مسافة تساوي ثلثي a. بعمل ذلك فإن الخط المرسوم سوف يقطع المحور الأفقي على مسافة قدرها 33 مترا. وبالتالي فإن قيمة مدى التأثير سوف تساوي تقريبا 50 مترا. إن الدلائل فقط تبين أننا نحتاج إلى نموذج كروي ذو عتبة ومدى تأثير مقدارهما على التوالي 11(م%)^2 و50 م. وحيث أنه لا توجد طريقة احصائية موضوعية لتقرير ماذا كان النموذج المستخدم يطابق المتباين النصفي التجريبي فإن أبسط الطرق هي أن نرسم منحنى النموذج على نفس شكل المتباين النصفي التجريبي للتأكد من ذلك. معادلة هذا النموذج هي:

$$\gamma(h) = 11\left(\frac{3h}{100}\right) - \frac{h^3}{2\times 50^3}$$ عندما تكون $h \leq 50m$

$\gamma\ (h) = 11$ فإن وعندما تكون $h \geq 50m$

هذا وقد تم رسم المنحنى على الشكل البياني المتعلق بالمتباين النصفي التجريبي والنتيجة يبينها الشكل 2-10.



الشكل (2-10): نموذج كروي جرت مطابقته على متباين نصفي للفضة.

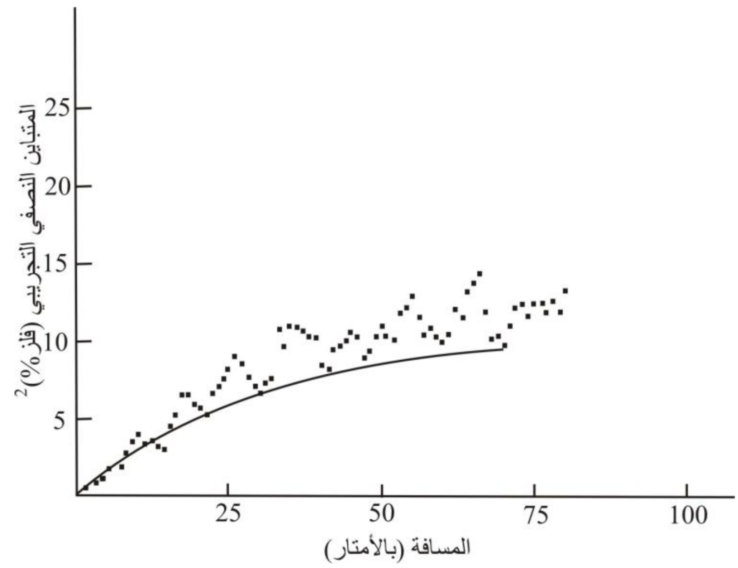
والقيم الرقمية للنقاط المختلفة على منحنى النموذج معطاة في جدول 2-6. وهذا يبدو كأنه يعطينا مطابقة لا بأس بها. من الصعب رؤية امكانية تطويرها. أحيانا كلا المتغيرين يتطلبان بعض التعديل قبل ايجاد مطابقة ملائمة. لاحظ أن النموذج تمت مطابقته لمسافات تصل إلى 75م. أبعد من هذا يتطلب الأمر منا أن نأخذ التوجه بعين الاعتبار. وفي مثل حالتنا هذه فقد كنا محظوظين كون التوجه لم يتدخل إلا بعد أن تخطينا مدى التأثير. والواقع ليس كذلك دائما، فكلما اقترب السلوك القطعي المكافئ من الأصل كلما تطلب منا ذلك مزيدا من الاهتمام بالتوجه Trend. من الممكن المجادلة بأن النموذج الأفضل لهذا المتباين النصفي التجريبي هو النموذج الأسي. للأهمية، دعونا نأخذ العتبة مرة اخرى على قيمة 11($\%m^2$). بالنسبة للنموذج الأسي، الخط المستقيم الخارج من نقطة الصفر يقطع العتبة على مسافة مساوية لمدى التأثير. بمعنى أننا إذا

الجدول 2-6: نموذج متباين نصفي كروي لقيم الفضة لمسافة لا تزيدعن 75م.

المتباين النصفي التجريبي	المسافة بين العينات (م)
0.00	0
1.64	5
3.26	10
4.80	15
6.25	20
7.56	25
8.71	30
9.66	35
10.38	40
10.84	45
11.00	50
11.00	> 50

جربنا النموذج الأسي فسوف يكون مدى التأثير 33م. الشكل 2-11 يري النموذج بجانب النقط المسقطة. هذا ويوضح الشكل 2-11 أن الميل صحيح بالقرب من نقطة الصفر وأن بقية المنحنى منخفضة كثيرا. وبامكاننا أن نزيد من قيمة العتبة لرفع القيم ولكن هذا يتطلب زيادة قيمة مدى التأثير أيضا بحيث يبقى الوضع بالقرب من نقطة الصفرصحيحا. يبين الجدول 2-7 قيم

$$\gamma(h) = 11[(1-\exp(-h/33)]$$

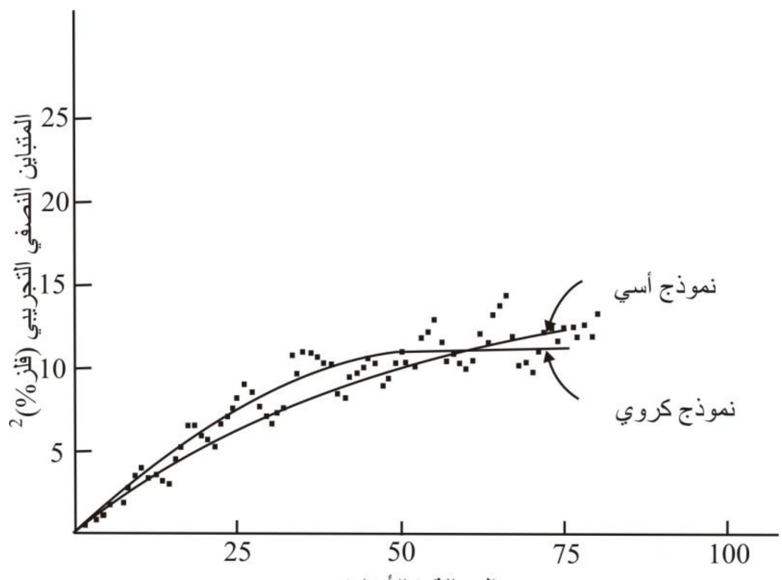


الشكل 2-11: نموذج أسي بنفس المعالم المستخدمة لمطابقة النموذج الكروي لمتباين الفضة النسبي.

الجدول 2-7: محاولات لمطابقة نماذج أسية للمتباين النصفي للفضة.

المسافة بين العينات (م)	المتباين النصفي الفرضي			
	a = 33;C = 14	a = 50;C = 14	a = 50;C = 15	a = 50;C =16
5	1.97	1.33	1.43	1.52
10	3.66	2.54	2.72	2.90
15	5.11	3.63	3.89	4.15
20	6.36	4.62	4.95	5.27
25	7.44	5.51	5.90	6.30
30	8.36	6.32	6.77	7.22
35	9.15	7.05	7.55	8.05
40	9.83	7.71	8.26	8.81
45	10.42	8.31	8.90	9.49
50	10.92	8.85	9.48	10.11
55	11.36	9.34	10.01	10.67
60	11.73	9.78	10.48	11.18
65	12.05	10.18	10.91	11.64
70	12.32	10.55	11.30	12.05

النموذج معطاة بمجموعات مختلفة من المتغيرات (نعني بالمتغيرات هنا العتبة ومدى التأثير). وللتبسيط استخدمت أرقام مقربة. ولكن على ما يبدو أفضل مطابقة أسية هي آخر واحدة، بمدى تأثير قدره = 50 م وعتبة مقدارها = 16 (م%)^2.



الشكل 2-12: مقارنة النماذج النهائية (الأسية والكروية) للمتباين النصفي للفضة

يقارن الشكل 2-12 بين المنحنيات الأفضل مطابقة (النموذج الأسي والنموذج الكروي) مسقطه على المتباين النصفي التجريبي. هذا وتفضل المؤلفة النموذج الكروي لأن البيانات المحسوبة بين 15- 40 مترا أكثر مطابقة مقارنة بالنموذج الأسي. إن تقليل قيمة مدى التأثير للتعويض عن ذلك ينتج عنه تغير ملموس في الميل عند بداية المنحنى.

1-2 النماذج المعقدة Complex Models

دعونا نناقش الآن بعض المتباينات النصفية الحقيقية، بدلا من تلك البسيطة المنتقاة. يري الشكل 2-13 المتباينات النصفية التجريبية لثلاثة فلزات من أحد خامات كبريتيدات معقدة لفلزات قاعدية. والفلز ذو القيمة الاقتصادية هنا هو النحاس، لكن الفلزات الأخرى توجد بتركيزات كافية تحفز على دراستها. المتباينات النصفية المدروسة هنا محسوبة باتجاه الحفر في وضع عمودي على جسم الخام وتحتوي على معلومات من حوالي 50 بئر محفورة عموديا على جسم الخام. وتفسيري للمتباينات النصفية لكل من الرصاص والزنك انها عبارة عن نتاج محض لشذرات من الفلزات Pure Nugget Effect. بمعنى أن النموذج الذي لدينا هو خط مستقيم بقيمة تعادل التباين Variance. هذا ويبدو أن هنالك علاقات ارتباط بين عينات اللب المتقاربة. ومن الناحية الأخرى، فإن المتباين النصفي التجريبي للنحاس يبدو أنه مزيج من ظاهرة تشذر وقطع مكافئ. هذا يعني توجها متعدد المتغيرات Polynomial Trend حيث أخذت المسافة بين أزواج العينات بمقدار متر واحد.

إن ظاهرة التشذر تعني سلوكا عشوائيا مطلقا. بذلك يكون لدينا توجها Trend بتغير عشوائي. وهذا وضع مثالي لعمل ما يسمى تحليل توجه سطحي Trend Surface Analysis والمثال التالي يتعلق بجسم خام نيكل منبث في صخور بيريدوتيت Peridotite، تم التحقق من وجوده بأخذ متوسطات 45 بئرا رأسيا. وكان متوسط المسافات بين الأبار حوالي 60 مترا ولم تكن موزعة بانتظام، بحيث أن المتباينات النصفية لما تحت الآبار هي التي حسبت فقط. هذا وقد تم الحصول على ما قيمته 4000 مترا من اللب قسمت إلى قطع طول كل منها 2م. في هذه الحالة استخدمت لوغارثمات التركيزات ولم تستخدم التركيزات نفسها، السبب وراء ذلك لا مغزى لذكره الآن. والمتباين النصفي التحريبي مبين في شكل 2-14 والقيم العددية معطاة في جدول 2-8. هنا يبدو وبشكل قاطع وجود عتبة عند القيمة $(\text{لو}\%)^2 = 2.55$ على أية حال فإن رسم خط

مستقيم مارا بأول نقطتين كما فعلنا في المتباين النصفي للفضة يعطي نتائج شاذة. أولا، يقطع الخط المتباين النصفي عند القيمة 0.4 (لو%)^2 وليس عند الصفر. معنى ذلك أن هنالك مركبة لكل قيمة يمكن أن تكون عشوائية أو يصعب توقعها. والعينات القريبة من بعضها مازال بينها فروقات كبيرة. ثانيا، إذا تذكرنا أن العتبة إن وجدت تساوي قيمة تباين العينة، من هنا نستطيع أن نبين أن (2.55 = 0.156 ÷0.40) حوالي 16% من تباين العينات يتغير تغيرا عشوائيا ولا يمكن التنبوء به. بالتالي، فإنه بغض النظر عن الكيفية التي نأخذ بها العينات أي كيفما أخذنا العينات قريبة من بعضها البعض فإن العجز عن التنبؤ سيبقى قائما.

إن نموذج المتباين النصفي يجب أن يكون بالشكل

$$\gamma(0) = 0$$

$$\gamma(h) = C_0 + \gamma(h)$$ عندما تكون $h > 0$

حيث $\gamma(h)$ نموذج معروف (لنقل خطي). وفي الواقع فإن ظاهرة التشذر(C_o) هي عبارة عن ثابت يرفع المتباين النصفي كله بمقدار 0.4 وحدة. لذلك نبحث الآن عن نموذج بعتبه مقدارها 2.15 (لو%)^2. وقد رأينا أن مد الخط المستقيم في مثال الفضة لغاية العتبة يعطينا قيمة تعادل ثلثي مدى التأثير إذا ما استخدمنا النموذج الكروي. في مثل هذه الحالة فإن التقاطع ينتج قيمة مقدارها 13م مما يدل ضمنا أن مدى التأثير يصل إلى 20 م. من الناحية الأخرى، فإن المنحنى لا يصل إلى عتبته إلا بعد مسافة مقدارها 45م. واضح أن كلا من النموذجين اللذين قمنا بحسابهما لن يحققا مثل هذه الشروط. دعونا ننظر الآن من جديد إلى المتباين النصفي ومنحناه التجريبي. يبدو وكأن هناك عتبة متوسطة نصل إليها بعد 14 م تقريبا وبقيمة على محور γ تعادل 1.5 = 1.95-0.4، آخذين بعين الاعتبار ظاهرة التشذر. يبدو أن لدينا مزيجا من نموذجين كرويين احدهما بمدى قصير والأخر بمدى أطول مقداره 50 مترا. دعونا الآن نجرب هذا النموذج المؤقت (التجريبي) ونرى كيف يمكن أن يتطابق مع المتباين النصفي التجريبي. لدينا نوعا ما نموذجا معقدا.

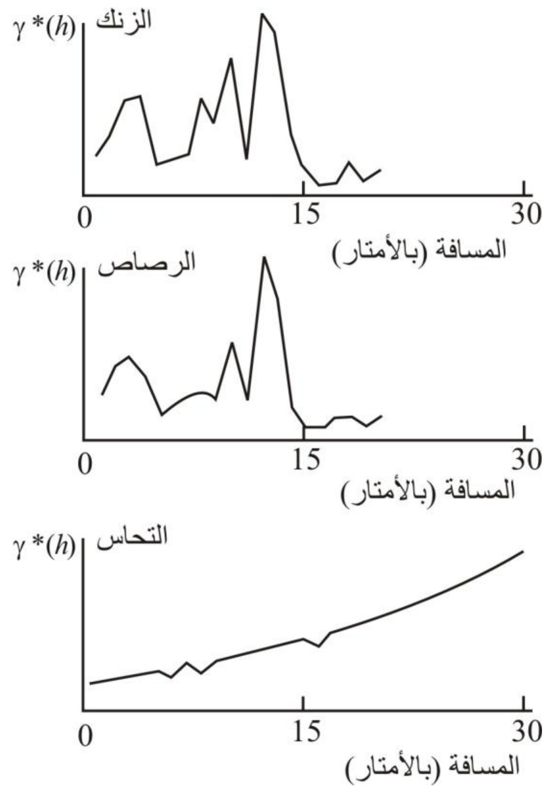
$$C_o = 0.4(\log \%)$$

$$a_1 = 14 \text{ m} \qquad C_1 = 1.55\ (\log \%)^2$$

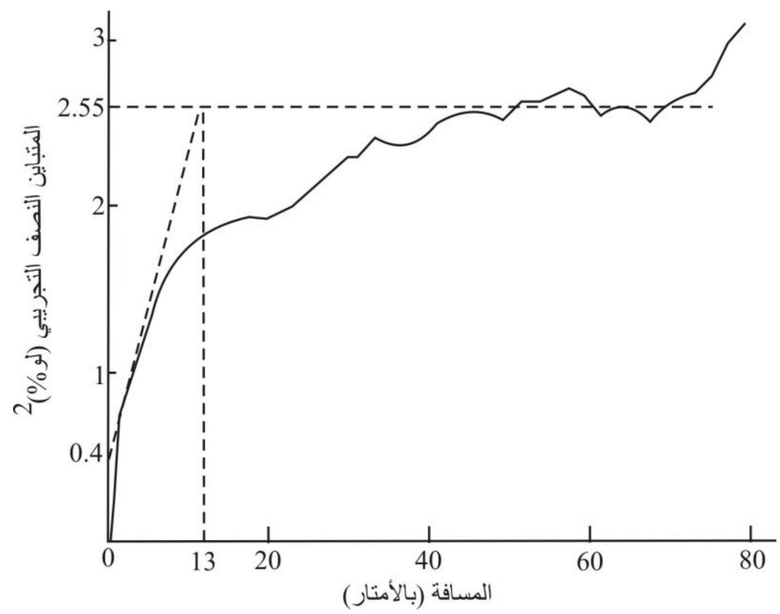
$$a_2 = 50 \text{ m} \qquad C_2 = 0.60\ (\log \%)^2$$

بالتعويض عن هذه القيم في النموذج المقترح (التجريبي) نحصل على:

$$\gamma(h) = 0.40 + 1.55\left[\frac{3h}{2\times 14} - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{14}\right)^3 + 0.60\left(\frac{3}{2}\frac{h}{50} - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{50}\right)^3\right)\right]$$



الشكل 2-13: متباين نصفي تجريبي من توضع معقد كبريتيدي لفلزات قاعدية.



الشكل 2-14: متباين نصفي لتوضع نيكل – لوغاريثمات قيم التركيز.

هذا فقط للمسافات $h \leq 14m$

وبالنسبة لمسافات بين 14-50م. يعطي النموذج حسب المعادلة التالية:

$$\gamma(h) = 0.40 + 1.55 + 0.60\left[\frac{3}{2}\left(\frac{h}{50}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{50}\right)^3\right]$$

وعندما تصبح المسافة بين عينتين أكبر من 50 م يأخذ المتباين النصفي الشكل

$$\gamma(h) = 0.40 + 1.55 + 0.60$$
$$= 2.55$$

الآن لمقارنة نقط النموذج الفرضي بالتجريبي علينا أن نقيم النموذج على مسافات مختلفة، وإن ترسم المنحنى التالي على نفس الرسم. على سبيل المثال، بالنسبة لمسافة *(h)* تساوي 2م.

$$\gamma(h) = 0.40 + 1.55\left[\frac{3}{2}\left(\frac{2}{14}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{14}\right)^3\right] + 0.60\left[\frac{3}{2}\left(\frac{2}{50}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{50}\right)^3\right]$$
$$= 0.766$$

وبالنسبة لمسافة h مقدارها 40 مترا

$$\gamma(h) = 0.40 + 1.55 + 0.60\left[\frac{3}{2}\left(\frac{40}{50}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{40}{50}\right)^3\right]$$
$$= 2.516$$

مجموعة من القيم تم اختيارها لـ *(h)*ومن ثم رسم المنحنى الفرضي. والقيم هذه المدونة في الجدول 2-9 تم اسقاطها في الشكل 2-15 والنقاط التجريبية مبينة أيضا للمقارنة.

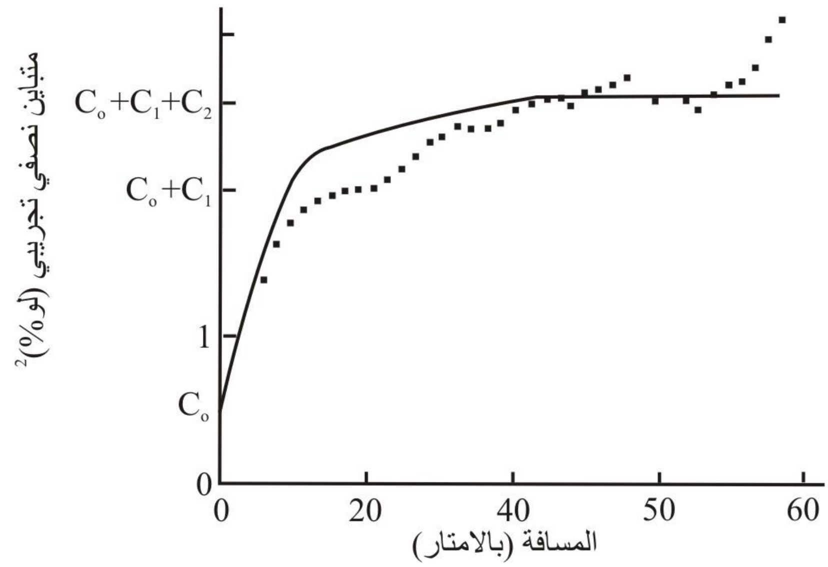
إن المنحنى النموذجي الافتراضي يتطابق جيدا مع البداية ومع النهاية ولا يرى مثل هذا التطابق في الوسط. والانثناءة التي يبينها الشكل أعلى من مستواه ويفترض أن تحدث على قيمة $\gamma=1.95$. والمستوى المفروض كان مساويا لـ C_o+C_1. ما كنا قد نسيناه هو مركبة من النموذج الكروي الثاني تؤثر وتشارك بقيمة ما في النموذج الافتراضي حتى على المسافات القصيرة بحيث تكون القيمة 1.95 مساوية بالفعل لـ:

الجدول 2-8: متباين نصفي تجريبي من توضع نيكل منبث (لوغريثمات التركيز).

المسافة بين العينات (م)	المتباين النصفي التجريبي	عدد الازواج
2	0.74	1222
4	1.10	1194
6	1.34	1186
8	1.58	1152
10	1.72	1137
12	1.81	1120
14	1.87	1095
16	1.90	1077
18	1.93	1055
20	1.92	1026
22	1.95	1011
24	2.01	990
26	2.09	969
28	2.16	950
30	2.25	919
32	2.29	899
34	2.38	886
36	2.35	860
38	2.36	848
40	2.39	825
42	2.48	814
44	2.52	787
46	2.56	779
48	2.55	767
50	2.49	750
52	2.59	736
54	2.61	722
56	2.64	705
58	2.68	689
60	2.62	675
62	2.52	657
64	2.59	639
66	2.53	628
68	2.47	612
70	2.56	597
72	2.62	582
74	2.64	563
76	2.75	552
78	2.93	539
80	3.06	514

الجدول 2-9: المحاولة الأولى لمطابقة مزيج من موديلات كروية للمتباين النصفي للنيكل(الوحدات في المتن).

المسافة بين العينات (م)	المتباين النصفي الفرضي
0	0.00
2	0.77
4	1.12
6	1.44
8	1.73
10	1.96
12	2.12
14	2.20
16	2.23
18	2.26
20	2.29
25	2.36
30	2.42
35	2.48
40	2.52
45	2.54
50	2.55
55	2.55
60	2.55



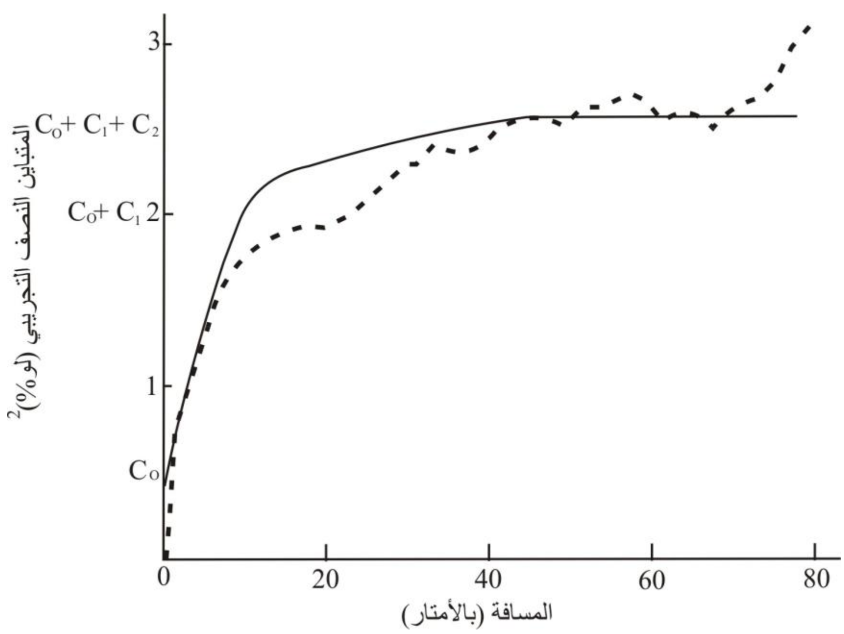
الشكل 2-15: المحاولة الأولى لمطابقة مزيج من النماذج الكروية للمتباين النصفي للنيكل.

$$C_o + C_1 + C_2\left[\frac{3}{2}\left(\frac{14}{50}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{14}{50}\right)^3\right]$$

بكلمات اخرى فإن علينا أن نخفض قيمة C_1 وأن نرفع قيمة C_2 وأن نجرب المطابقة مرة اخرى. بعد بضعة محاولات حَصلتُ على النموذج التالي:

$$C_o = 0.40\ (\log\%)^2$$
$$a_1 = 12\text{m} \qquad C_1 = 1.15\ (\log\%)^2$$
$$a_2 = 60\text{m} \qquad C_2 = 1.00\ (\log\%)^2$$

والنموذج الجديد المبني على هذه الحسابات يبينه الشكل 2-16 مسقطا مع النموذج التجريبي ويبدو أنه يحقق تطابقا لا بأس به. يمكن طبعا أن يرغب القارئ في تطويره. والجدول 2-10 يدون القيم المحسوبة التي رسم على أساسها الشكل المذكور. والأمثلة على المتباينات النصفية التي تمثل خليطا من مركبات كروية كثيرة في الأدب الجيواحصائي، وتمثل الأنواع الأكثر شيوعا خصوصا في المعادن ذات التركيزات المنخفضة مثل كاسيترايت وعروق النحاس واليورانيوم إلى آخره.



الشكل 2-16: المحاولة النهائية لمطابقة مزيج من النماذج الكروية.

الجدول 2-10: المحاولة النهائية لمطابقة مزيج من النماذج الكروية للمتباين النصفي التجريبي للنيكل (الوحدات في المتن).

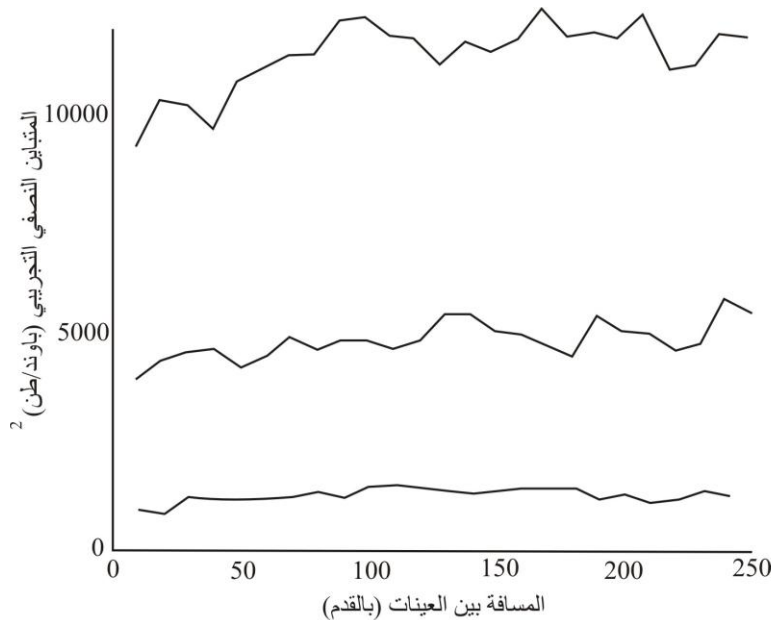
المسافة بين العينات (م)	المتباين النصفي الفرضي
0	0.00
2	0.74
4	1.05
6	1.34
8	1.58
10	1.75
12	1.85
14	1.89
16	1.94
18	1.99
20	2.03
25	2.14
30	2.24
35	2.33
40	2.40
45	2.46
50	2.51
55	2.54
60	2.55

2-2 اللوغارثمية الطبيعية Log-normality

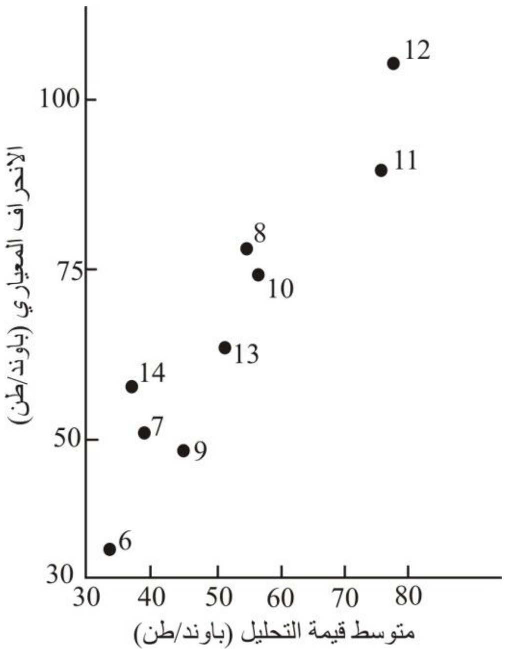
أرغب في الانتقال لمناقشة مسائل كثيرا ما يتم التطرق إليها في الأدب خصوصا عند معالجة عينات يتوقع لها أن تتبع توزعا لوغارثميا. هذا وعلى الرغم من أن حساب المتباين النصفي من قبل خبراء الجيوإحصاء لا يتطلب معرفة مسبقة بنوع التوزع إلا أن هنالك مشاكل جانبية تتوضح طبيعتها بشكل أكبر عند معالجة عينات تتبع توزعا لوغارثميا. كما يعلم طلبة المدارس فإن الانحراف المعياري لتوزع لوغارثمي يتناسب طرديا مع المتوسط. بناء عليه فإن تشتت العينات وبالتالي المتباين النصفي لابد وأن يتناسب تناسبا طرديا مع مربع متوسط العينات. إذا رسمت متباينات نصفية تجريبية على مجموعات مختلفة من العينات في أحد التوضعات فإن هذا الأثر التناسبي Proportional Effect يمكن أن يكون له أثرا جذريا على المتباينات النصفية على انفراد، هذا والأمثلة الموجودة في الأدب عادة ما تعالج حالات تتطلب عددا كبيرا من مجموعات العينات.

على سبيل المثال، العينات المستخرجة من أحد الآبار تمثل في حد ذاتها مجموعة عينات، فإذا ما عالجنا بيانات من آبار كثيرة فإننا بذلك نعالج مجموعات مختلفة من العينات في آن واحد. وكمثال على ظاهرة الأثر النسبي علينا أن نعتبر الوضع التالي:

في توضعات القصدير العرقية في كورنيش Cornish يفترض أن تتبع القيم توزعا لوغارثميا. يتم تطوير مثل هذه العروق بعمل انفاق أفقية Horizontal Drives تبعد عن بعضها بعضا 1000قدم. هذا وتؤخذ عينات شظوية Chip Samples كل 10 قدم من سقف الانفاق الأفقية. في المثال الذي تتم معالجته الآن تم التعامل مع تسعة من هذه الأنفاق تم تطويرها على عمق 600 قدم من السطح ولغاية 1400 قدم. وتم حساب المتباين النصفي لكل نفق على انفراد. ومن أجل تسهيل الأمور، يري الشكل 2-17 ثلاثة متباينات نصفية للانفاق 6، 10، 12. والستة الأخرى تقع مبعثرة بين مستوى 6 و12. ويبين الشكل 2-18 رسما لمتوسطات العينات لكل نفق مقابل الانحراف المعياري لمتوسط النفق. هذا ويعبر عن متوسط التركيز في هذه الحالة بالباوند/طن حيث تتراوح قيم المتوسطات بين 35-80 باوند/طن، بينما يتراوح الانحراف المعياري ما بين 35- 110 باوند/طن. والعلاقة بين هاتين القيمتين مثالية حيث تبلغ قيمة معامل الارتباط 0.85. بما أن قيمة عتبة المتباين النصفي تساوي تقريبا التشتت، فإنه من السهولة أن تتبين أن قيمة العتبة للنفق السادس ستكون الأقل بقيمة مقدارها 1200(باوند/طن)^2 والنفق العاشر سيكون في المنتصف وبعتبة مقدارها 5000 طن والنفق الثاني عشر سيكون الأعلى وبعتبة مقدرها 1200



الشكل 2-17: مثال على عدم التماثل النطاقي- عرق الكاستريت.



الشكل 2-18: توضيح أثر ظاهرة التناسب -الكاستيريت

(باوند/طن)^2. والسؤال هو هل نستطيع أن نعمل متباين نصفي للخام كله حيث الاختلاف كبير بين المتباينات النصفية من نفق إلى نفق.

يقول أصحاب الرأي أن الطريقة الوحيدة والصحيحة لجمع كل هذه المتباينات النصفية مع بعضها البعض هي أن نصحح كل واحد منها لظاهرة التناسب Proportional Effect. ويتم ذلك بقسمة كل متباين نصفي تجريبي على مربع متوسط العينات الداخلة في الحساب. هذا ينتج بدوره ما يسمى بالمتباين النصفي النسبي. بمعنى أن جميع القيم المعطاة بالمتباين النصفي هذا اصبحت منسوبة إلى المتوسط المحلي Local mean. تطبيق هذه الطريقة على المثال المذكور ينتج تسع متباينات نصفية تتراوح في عتباتها بين 1-1.8. لاحظ أن هذه القيم لا وحدات لها. ولتحويلها إلى أرقام ذات معاني يجب ضربها في مربع المتوسط المحلي. نستطيع الآن (فرضيا) تجميع جميع هذه المتباينات النصفية في متباين نصفي واحد للخام كله ومطابقة نموذج لها. إذا ما قمنا بعمل ذلك يجب أن نتذكر أننا في جميع خطوات تقديراتنا يجب أن لا نعدل القيم المحسوبة من تشتت المتباين النصفي المقدر ولا الخطأ المعياري ولا غير ذلك.

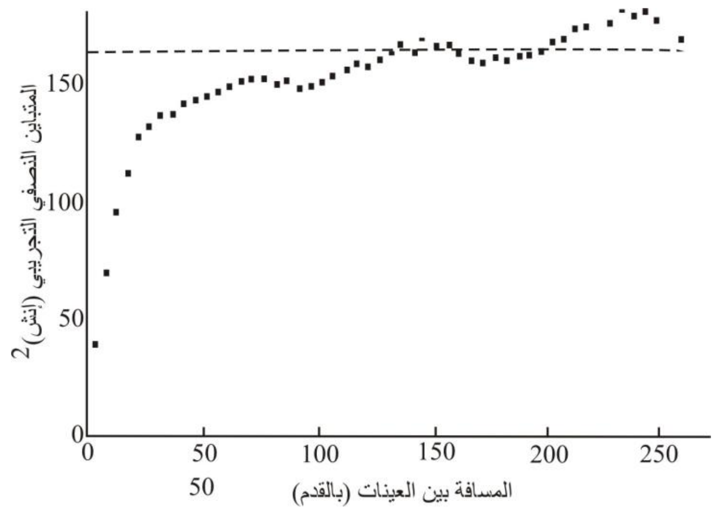
يدافع عن هذه الطريقة لتصحيح المتباين النصفي التجريبي على نطاق واسع ويعتقد بأنها الشيء الصحيح المتوجب عمله. على أنه لا يوجد أحد اهتم بمحاولة معروفة مدى صلاحية هذه

الطريقة. وفي حالة واحدة فقط قمت بالتحري والبحث الدقيق للحالة التي سبق وصفها، تبين لدي أن التصحيح المعمول به باستخدام المتوسط المحلي قد اعطى نتائج خاطئة. لذلك فإن المؤلفة لا تنصح باستخدام هذه الطريقة وإنما بالطريقة التي تجمع المتباينات النصفية التجريبية ومن ثم محاولة ايجاد نموذج مطابقة لها. وبتطبق ذلك على المثال السابق فقد حصلت المؤلفة في جميع الحالات على قيم دقيقة.

3-2 المتغيرات الأخرى Other Variables

لقد قلنا مرارا وتكرارا أن الجيواحصاء أو ما يسمى كريجنج يمكن تطبيقه على متغيرات أخرى وليس فقط على قيم التركيز خصوصا تلك المتغيرات التي ترى توزعا زمانيا ومكانيا. إن هذا الكتاب يعالج أمورا منجمية فقط حيث أن هذا هو موضوع بحثنا. على أية حال فإن متغيرات أخرى غير التركيز يمكن معالجتها وأرغب أن أورد بهذا الصدد مثالا أومثالين. فحتى في التطبيقات المنجمية فإن التركيز أو الأهمية الاقتصادية ليس هما المتغيران الوحيدان المثيران للاهتمام. ففي بعض التوضعات تتعادل أهمية التركيز بسماكة الطبقة. وفي الكثير من الخامات الرسوبية يعتبر عامل السماكة الأكثر أهمية. ففي مثال قصدير كورنيش الموصوف أعلاه، يعتبر عرض العرق الحامل للخام على نفس الدرجة من الأهمية كالمحتوى من معدن الكاسيترايت. كلا المتغيرين ضروريان لتقيم الأهمية الاقتصادية لذلك الجزء من العرق الحامل للخام. هذا ويرى شكل 2-19 المتباين النصفي الكلي محسوبا للمستويات (الأنفاق) التسعة 6-14. لهذا المتباين النصفي قامت المؤلفة بمطابقة نموذج يتكون من ظاهرة تشذر بسيطة، بعثت على الدهشة ونموذج كروي بمدى تأثير قيمته 30 قدم وآخر قيمته 150قدم. وكمثال آخر لبيانات موزعة مكانيا من الممكن معالجتها، يمثل الشكل 2-20 متباين نصفي تجريبي تم عمله على خصائص تساقط الأمطار Rainfall وعلى المياه الجارية Runoff على امتداد الجابية Catchments area في منطقة بنيس Pennines في بريطانيا. والبيانات التي ستعالج الآن تمثل كميات الأمطار الساقطة شهريا والتي تم جمعها من محطات مبعثرة في منطقة الجابية. لقد تم بناء المتباين النصفي بغض النظر عن الاتجاهات بين أزواج العينات. حيث افتَرَضتُ أن هذا المتغير يرى نفس الاستمرارية على طول محور النهر. إن الطبيعة الخاطئة لهذه الفرضية تظهر بسرعة عندما نعلم أن منطقة هطول الأمطار يبلغ عرضها 30كم عبر الوادي.

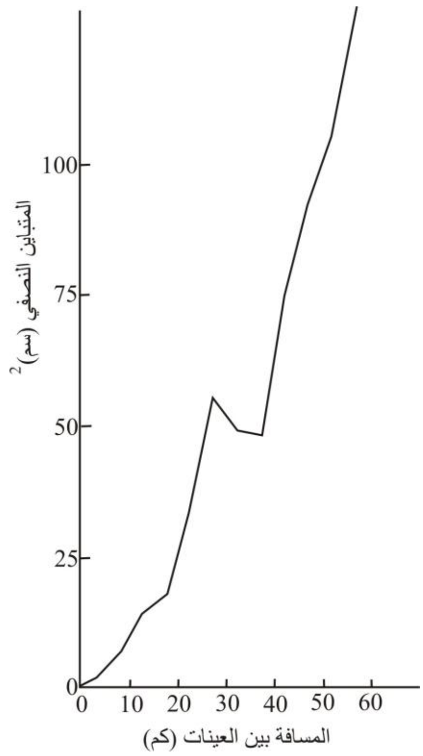
إن عدم الاستمرارية التي يبينها المنحنى التجريبي تري بأن هنالك فرقا بشكل قطعي بين الاتجاهات المختلفة. فالمتباينات النصفية يجب عملها على الأقل لاتجاهين مختلفين من أجل التأكد من ذلك. والنتيجة الثانية والممكن التوصل إليها أنه إذا ما حصلنا على نفس النتيجة من متباين نصفي فإن هنالك توجها Trend يجب أخذه بعين الاعتبار.



الشكل 2-19: متباين نصفي تجريبي مبني على عرض تجمع الخام في عرق الكاسيتريت.

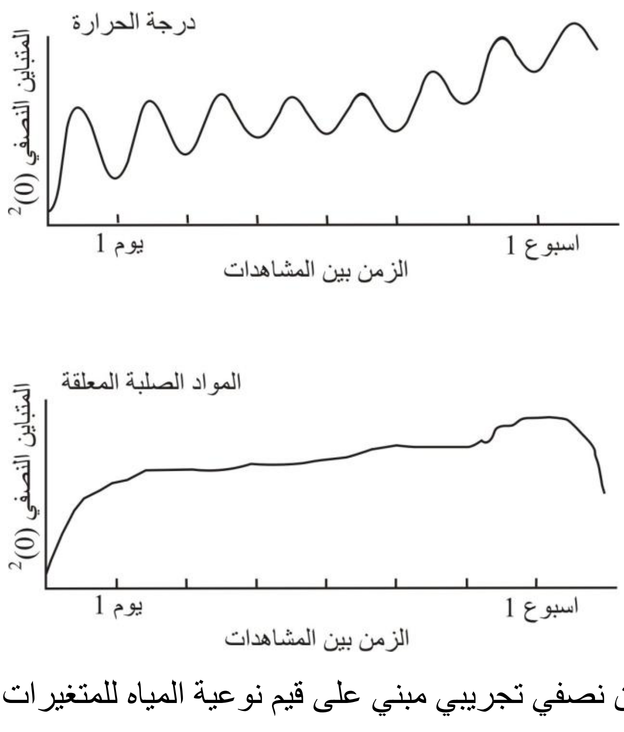
عند مناقشة طبيعة تساقط الأمطار فإنه يبدو معقولا أن نتوقع تفاوتا في الكميات الساقطة على رؤوس الجبال وعلى المناطق السفلى المحاذية للوادي. إن هذا مثالا جيدا على عدم قدرتنا تجاهل توجه ما Trend في خطوات التقدير الجيواحصائي.

والآن إلى تطبيق مختلف تماما حيث نعالج سلاسل زمنية Time Series عوضا عن معالجتنا توزعات فراغية. لقد أخذت سلسلة من القراءات في موقع ثابت على أحد الأنهار، لمتغيرات ذات أهمية معينة. إن هذا الموقف باتجاه واحد. والاتجاه هنا هو الزمن وليس المكان. فبدلا من قياس مسافات بين العينات نقيس فترات زمنية بحيث تقرأ الآن على المحور الأفقي والذي يرى المتباين النصفي التجريبي فترات زمنية وستستخدم التقنية هنا للتنبؤ عن قيم لهذه المتغيرات في المستقبل. أو لملئ فراغات في المعلومات الأحصائية عجزت الأجهزة عن قياسها. هذا ويري الشكل 2-21 اثنان من المتباينات النصفية التجريبية حسبت في الحالة الأولى لدرجات الحرارة كمتغير وفي الثانية للمواد المعلقة. والمتباين النصفي المعبر عن الحالة الثانية يري حالة يمكن تمثيلها بالنموذج الكروي Spherical Model مع اقتراح وجود توجه Trend اسبوعي



الشكل 2-20: متباين نصفي تجريبي مبني على قيم الهطول المقاس في المواقع المختلفة.

يري نوع من التجانس الأسبوعي ويتغير مستواه من أسبوع لآخر. أما المتباين النصفي التجريبي لدرجات الحرارة فيري دورة تامة لدرجات الحرارة اليومية مع انحراف بسيط يمكن توقعه بعد ثلاثة أو أربعة أيام.



الشكل 2-21: متباين نصفي تجريبي مبني على قيم نوعية المياه للمتغيرات المقاسة عبر الزمن.

4-2 استنتاج

لتلخيص هذا الفصل: رأينا كيف يمكن حساب المتباين النصفي التجريبي باتجاه واحد أو باتجاهين وكيف يمكن ربط هذه المتباينات النصفية التجريبية بنماذج مثالية. وشاهدنا كيف أن بعض الخامات تتبع نماذج سهلة بينما يتبع الكثير منها نماذج معقدة. هذا وقد تم التركيز أيضا على إبراز مواطن المشكلات مثل وجود توجه قوي أو ظاهرة عشوائية أو تناسبية. كما وحاولت أن أعرض أساليب لحل مثل هذه المشكلات. إن هنالك أناسا من أصحاب الرأي في هذا الموضوع يقولون إن عملية المطابقة للمتباين النصفي بنموذج معين هي نهج قديم ولا داعي له. ولمواجهة موقف كهذا أرغب في إجراء مقارنة مع الاحصاء العادي. فإذا أخذت عددا محددا من العينات من جسم كبير وقمت برسم مضلع تكراري Histogram فهل أنت مستعد لأن تزعم أن هذا المضلع التكراري يصف سلوك التوضع الذي تعالجه؟ من هنا يتطلب عمل الاستنتاجات بهذا الصدد بناء نموذج لنري سلوك الخام ككل.

الفصل الثالث

علاقات الحجم والتباين Volume-Variance Relationships

ناقشنا في فصول سابقة وحسبنا وطابقنا متباينات نصفية نظرية وأخرى تجريبية وكأن العينات لا خصائص لها إلا موقعها. لقد تجاهلنا شكل وحجم العينة والطريقة التي أخذت بها العينات وكيف تم قياسها وأشياء أخرى كثيرة. وقد افترضنا بطريقة فاعلة أن قيم العينات موجودة في نقاط في جسم الخام. وسوف نُري في هذا الفصل أثر الخصائص الأخرى، والمسماة ككل دعامة Support، على قيم العينة نفسها وبالتالي على المتباين النصفي.

دعونا نأخذ بعين الاعتبار مثال الزنك\الرصاص والذي تمت مناقشته في الفصل الثاني من هذا الكتاب. فعلى الرغم من أن طول عينات اللب يعادل 1.52م، فإننا تجاهلنا هذه الحقيقة وحسبنا كما أسلفنا المتباين النصفي. افترض على أية حال أن اللب قد تم تقسيمه بطول 3.04م بدلا من 1.52م. ما أثر ذلك على قيم العينات وعلى المتباين النصفي؟ الجدول 3-1 يبين سجل بئر Borehole Log لعينات أطوالها 1.52م و 3.04م.

تم حساب المتباين النصفي التجريبي لعينات اللب ذات الطول 3.04م ودونت النتائج في جدول3-2. الشكل 3-1 يبين المتباين النصفي الجديد مع المتباين النصفي القديم. كل من الجداول والشكل تري أيضا نتائج قيم عينات اللب ذات الطول 4.56م. يمكن أن نلاحظ فورا أن المتباين النصفي للمسافة 3.04م سيكون دائما ذو عتبة أقل من تلك المحسوب للمسافة 1.52م وأن تلك المحسوبة للمسافة 4.56م أقل منهما جميعا.

دعونا نعود الآن للفرضية الأساسية في علم الجيوإحصاء محاولين أن نفسر هذا السلوك. يجب علينا بهذا الصدد أن نستذكر حقيقتين من الفصل الأول. أولهما تعريف المتباين النصفي والذي ينص على أنه "متوسط مربع الفروقات في التركيز بين عينات على مسافة معطاة" ولو كانت هذه العينات تمثل نقاطا فمن المفروض أن يكون التركيز قد قيس عند هذه النقاط. وإذا ما قيس اللب فمن المفروض أن تكون قيمة التركيز معادلة لقيمة متوسط طول اللب.

الجدول 3-1: سجل بئر فرضي من توضع رصاص/ زنك – تم تجزئة العينة بثلاثة طرق 1.52م، 3.04م، 4.56م.

العمق تحت فتحة البئر (م)	1.52m	3.04m	4.56m
45.40	8.44	7.32	6.22
46.92	6.21		
48.44	4.01	3.62	
49.96	3.23		2.35
51.48	2.62	1.91	
53.00	1.20		
54.52	1.02	0.82	0.61
56.04	0.62		
57.56	0.20	0.17	
59.08	0.14		0.17
60.60	0.13	0.18	
62.12	0.24		
63.64	0.22	0.23	0.23
65.16	0.24		
66.68	0.22	0.28	
68.20	0.35		0.35
69.72	0.35	0.34	
71.24	0.34		
72.76	0.39	0.52	0.82
74.28	0.66		
75.80	1.40	2.87	
77.32	4.35		6.38
78.84	7.74	7.40	
80.36	7.06		
81.88	4.93	3.99	3.47
83.40	3.05		
84.92	2.42	1.88	
86.44	1.34		0.81
87.96	0.56	0.54	
89.48	0.53		
91.00	0.70	0.85	0.89
92.52	1.01		
94.04	0.95	1.07	
95.56	1.20		1.88
97.08	1.87	2.21	

العمق تحت فتحة البئر(م)	1.52 m	3.04 m	4.56 m
98.60	2.56		
100.12	4.48	6.60	7.62
101.64	8.73		
103.16	9.64	12.46	
104.68	15.28		-
106.20	فقد اللب	-	
107.72	فقد اللب		
109.24	فقد اللب	-	-
110.76	فقد اللب		
112.28	7.56	7.17	
113.80	6.78		6.48
115.32	7.16	6.33	
116.84	5.51		
118.36	2.61	2.97	4.25
119.88	3.34		
121.40	6.80	5.32	
122.92	3.84		3.65
124.44	3.21	3.55	
125.96	3.90		
127.48	3.58	3.95	4.63
129.00	4.32		
130.52	6.00	4.35	
132.04	2.70		3.74
133.56	3.72	4.26	
135.08	4.80		
136.60	6.31	6.68	6.87
138.12	7.05		
139.64	7.24	7.71	
141.16	8.19		

الجدول 3-2: قيم المتباين النصفي التجريبي حسبت من الأطوال الثلاثة للعينة اللبية.

المسافة بين العينات(م)	المتباينات النصفية		
	1:52m	**3:04m**	**4:56m**
1:52	1:33		
3:04	3:09	2:67	
4:56	5:03		3:40
6:08	6:70	6:08	
7:60	8:26		
9:12	9:00	8:32	5:91
10:64	9:67		
12:16	10:46	9:50	
13:68	11:44		6:55
15:20	11:87	11:01	
16:72	11:39		
18:24	11:33	10:32	6:68
19:76	10:93		
21:28	10:48	9:18	
22:80	9:76		5:71
24:31	9:21	8:75	
25:84	9:27		
27:36	11:09	10:62	7:21
28:88	11:70		
30:40	11:25	10:10	
31:92	9:68		4:93
33:44	8:60	7:80	
34:96	8:45		
36:48	9:15	8:12	4:28
38:00	10:15		
39:52	11:70	11:55	
41:04	13:04		8:64
42:56	14:03	13:18	
44:08	14:98		
45:60	15:70	14:18	10:01
47:12	15:94		
48:64	15:81	14:20	

وبهذا فإننا نقارن متوسطات التركيز، $\bar{g}_1$، $\bar{g}_2$ وليس قيم تركيز فردية g_1, g_2. وبالتالي فإننا نتوقع وبمعقولية أن لا يكون سلوك التركيز لما قيمته ملعقة طعام من الخام مشابها لسلوك متوسط التركيز لعينة لب طولها 1.52م. وبصورة مشابهة فإننا نتوقع سلوكا مغايرا فيما إذ لو حسبت متوسطات التركيز على مسافات مقدارها 3.04م. والسؤال المطروح الآن هو كيف يمكن أن نميز هذا الفرق في السلوك. والحقيقة الثانية التي يجب تذكرها أن عتبة المتباين النصفي إن

وجدت تساوي قيمة تباين العتبة Sample Variance. أما إذا كنا نتعامل مع عينات نقطية Point Samples فإنه يصبح بمقدورنا أن نقدر قيمة عتبة المتباين النصفي حسابيا وأن نقارنها بتلك التي حصلنا عليها تجريبيا. بمعنى أنه في الوضع المثالي فإن قيمة العتبة تساوي قيمة التباين أي $s^2 = C$.

الآن، إذا كانت العينات هي عينات لب ذات طول محدد (مثل 1.52م) وحسبنا متوسط التركيز على طولها، فإننا بذلك نكون قد قمنا بتهذيب تباين النقط Smoothing of point variance. بمعنى آخر قمنا باستبدال عدد كبير من النقاط المستقلة بقيمة متوسطة. ومن هنا فإن تباين المتوسطات سوف يكون أقل من تباين النقاط وبالتالي:

$$Cl = S_l^2 < C = S^2$$

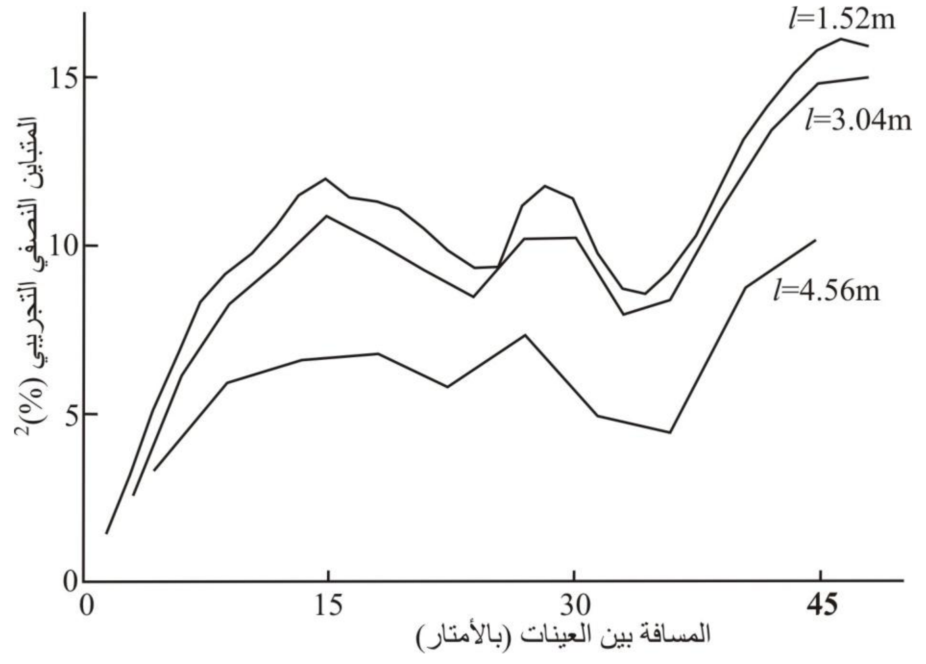
بطريقة مماثلة فإن $C_{3.04}$ ستكون أقل من $C_{1.52}$ وهكذا دواليك.

إذا ما كان لدينا نموذج للمتباين النصفي لعينات نقطية فإننا نستطيع أن ننتج نموذجا لأي قياس (طول) من العينة بتوظيف العلاقة الرياضية بين النموذج النقطي (γ) ونموذج العينات اللبية (γ_l)ذات الطول l. وبما أننا نستخدم عددا محددا من النماذج البسيطة للمتباين النصفي النقطي فإنه ليس من الصعب تقرير هذه العلاقة.

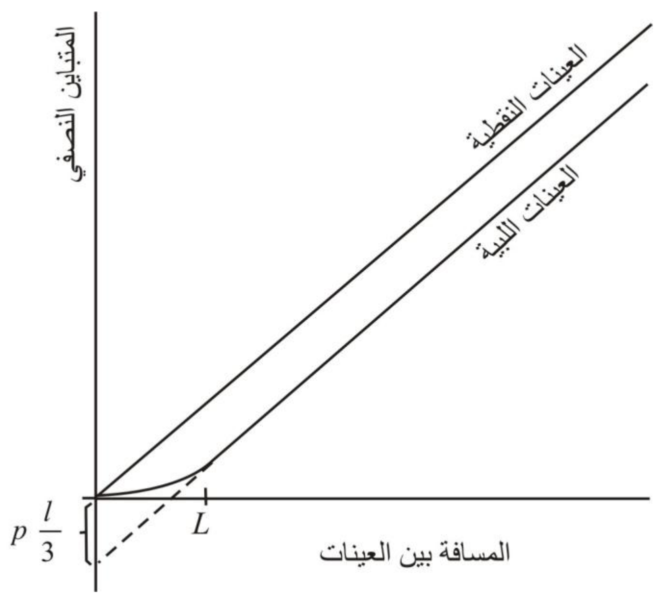
فمثلا إذا كان لدينا نموذج خطي يمثل عينات نقطية فسيكون: $\gamma(h) = ph$ حيث p تمثل ميل خط المتباين النصفي. ومن هنا فإن المتباين النصفي لعينات ذات طول(l) يعطي بـ:

$$\gamma_l(h) = \frac{ph^2}{3l^2}\left(3l - h\right) \quad h \le l \text{ عندما}$$

$$\gamma_l(h) = p\left(h - \frac{l}{3}\right) \qquad h \ge l \text{ عندما}$$



الشكل 3-1: متباينات نصفية تجريبية مبنية من الأطوال المختلفة للعينة اللبية من مثال الرصاص\زنك.



الشكل 3-2: تنظيم متباين نصفي خطي بأطوال العينات اللبية.

هذه العلاقات يوضحها الشكل 3-2 حيث يجمع المتباينات النصفية لعينات نقطية وعينات لب بهدف المقارنة. وعمليا فإننا غالبا ما يكون لدينا متباين نصفي تجريبي لعينات ذات طول (l)، يعني γ_l^*، ونحتاج إلى ايجاد النموذج للعينات النقطية (γ) لاستخدامه في فصول لاحقة. وبما أن الميل (p) هو نفس ميل النموذج النقطي، فإن قياس الميل، بمنتهى البساطة، للمتباين النصفي التجريبي γ_l^* سوف يعطي قيمة لـ (p) وبالتالي للنموذج النقطي γ. والتعقيد الوحيد الذي يمكن أن ينشأ إذا كان النموذج خطيا ويري ظاهرة تشذر. إن أخذ عينات لبية سوف يخفض الخط ولكن ظاهرة التشذر سوف ترفعه من جديد. من المعادلة السابقة، ومع عدم توفر ظاهرة التشذر، فإن مد الخط الذي يمثل نموذج اللب إلى أسفل بحيث يقطع محور المتباين النصفي سوف يحدث قطعا في المحور قيمته ($\rho l/3$ –). وفي حالة عمل تقدير لـ (p) فإنه يمكن التأكد من ذلك (أي إذا كانت قيمة القطع مساوية $\rho l/3$ –) ومن ثم يمكن اضافة قيمة لظاهرة التشذر(C_o) إذا كان ذلك ضروريا.

والآن افترض أن الخام الذي نتعامل معه يتبع نموذجا أسيا بعتبة مقدارها C لعينات نقطية، بمعنى آخر:

عندما $h \geq 0$

$$\gamma(h) = C[1-\exp(-h/a)]$$

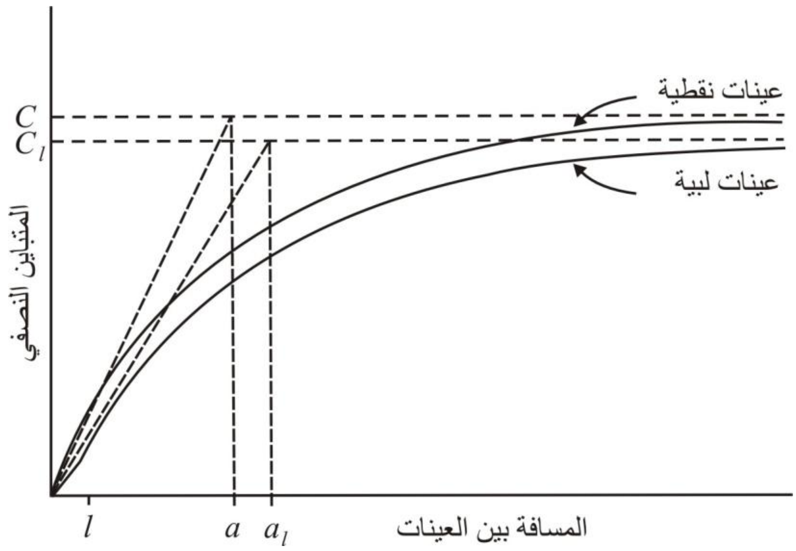
وبالتالي فإن النموذج النظري لعينات لب ذات طول (l) يصبح

عندما $h \geq l$

$$\gamma_l(h) = C\left\{2\frac{a}{l} + \frac{a^2}{l^2}[1-\exp(-h/a)]\{\exp(-h/a)[1-\exp(l/a)-2]\}\right\}$$

ويصبح الأمر أكثر تعقيدا إذا كانت المسافات أقل من طول اللب ($h<l$) حيث أنه نادرا ما يكون لدينا مثل هذا الوضع (أي $h<l$) حيث معادلة النموذج تبقى أمرا أكاديميا. يري الشكل 3-3 نموذجا أسيا نقطيا والمنحنى المنظم Regularized المتعلق به لعينات ذات طول l يمكن أن نبين بمنتهى السهولة أن C_l أقل من C. وفي الواقع:

$$C_l = 2C\left\{\frac{a}{l} - \frac{a^2}{l^2}[1-\exp(-l/a)]\right\}$$



الشكل 3-3: تنظيم متباين نصفي أسي بأطوال العينات اللبية.

بحيث أن عينة لب طولها مساوٍ لخمس مدى التأثير (أي $l = 0.29$) سوف تنتج عتبة تجريبية تعادل 0.94.

$$Cl = 2C\left[5 - 25\left(1 - e^{-0.2}\right)\right] = 0.94C$$

بمعنى أن العتبة الجديدة ستكون ذات ارتفاع يعادل 94% من ارتفاع عتبة النموذج النقطي. ونلاحظ أيضا من شكل 3-3 أن مد الجزء الخطي من نموذج اللب (بالقرب من الأصل) حتى يقطع العتبة سينتج عنه تقدير لمدى تأثير عينات اللب a_l، بحيث يكون أكبر من ذلك المحسوب لعينات النقط a (بمعنى أن $a_l > a$).

وفي الواقع فإن $a_l = a + l$. يصبح هذا أمرا محسوسا إذا تذكرت أن عينات اللب يجب أن تكون أكثر بعدا عن بعضها بعضا قبل أن تصبح مستقلة عن بعضها البعض.

تنطبق المعادلات والمناقشات السابقة على الوضع الذي نكون فيه على معرفة بالنموذج النقطي ونريد أن نجد النموذج المنظم Regularized Model، وعمليا فإن الأمر معكوس بصورة عامة. فعادة ما يكون لدينا متباين نصفي تجريبي تم حسابه لعينات لب بطول معين ونرغب في أن نجد النموذج النقطي لاستخدامه في تقنيات التقدير. لنفرض إذا أن لدينا رسما بيانيا لمتباين نصفي γ_l^* وقررنا أن الخام الذي لدينا يتبع توزعا أسيا. ستكون الخطوة الأولى والحالة هذه تخمين قيم المعالم Parameter C_l, a_l وحيث أن الموديل أسي فإن العتبة C_l ستكون أكبر بكثير من النقط التجريبية على الرسم البياني. بعد تخمين قيمة C_l ، يرسم خط إلى

أعلى يصل بين أول نقطتين أو أول ثلاثة نقاط بحيث يقطع العتبة. بهذا سنحصل على أول تقدير لـ a_l . وحيث أننا نعلم أن $a = a_l - l$، بذلك نكون قد حصلنا على تقدير أولي لـ a. بتعويض هذه القيمة في المعادلة المستخدمة لحساب Cl يمكننا حساب قيمة C (عتبة النقاط). بهذا نكون قد حصلنا على تخمينات لقيم C, a التي تحكم النموذج النقطي. والسؤال التالي عما إذا كانت هذه التخمينات جيدة أم لا.

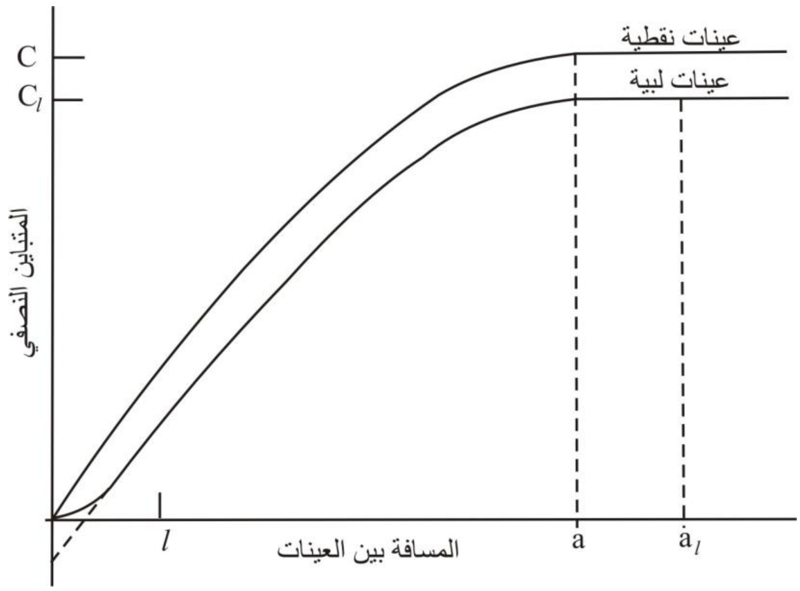
لقد سبق وأن ذكرنا أنه إذا كان لدينا نموذج نقطي فإننا نستطيع أن ننتج النموذج اللبي المماثل لأي عينات لب ذات طول معين $\gamma l(h)$. وإذا كانت التخمينات جيدة فإن النموذج الفرضي $\gamma l(h)$ سوف يتطابق مع النموذج التجريبي. كما وأن التعويض بقيم (h, l , a, c) سينتج عنه منحنى مهذب مثل المنحنى السفلي في شكل 3-3 بحيث يمكن مقارنته مع البيانات. هذا وإذا اقتضت الحاجة فيمكن تغيير قيم C, a حتى تصبح قيم النموذج متطابقة تماما مع قيم البيانات Data Values وفي الواقع إن هذه الطريقة هي نفس الطريقة المستخدمة في الفصل الثاني مع الأخذ بعين الاعتبار طول العينة.

والآن دعونا نعود من جديد إلى النموذج الشائع ألا وهو النموذج الكروي والذي سيتأثر هو الآخر بنفس الطريقة التي يتأثر بها النموذج الأسي بحيث تصبح عتبة اللب أقل من عتبة النقاط، بمعنى أن:

$$C_l = \frac{C}{0.20}\left(20 - 10\frac{l}{a} + \frac{l^3}{a^3}\right)\cdots\cdots l \le a$$

و

$$C_l = \frac{C}{20}\frac{a}{l}\left(15 - 4\frac{a}{l}\right)\cdots\cdots l \ge a$$



الشكل 3-4: تنظيم متباين نصفي كروي بأطوال العينات اللبية

إن معادلة المتباين النصفي صعبة للغاية بسبب عدم الاستمرارية في النموذج ولكن هناك مثالا موضحا في شكل 3-4. هذا ولقد نشر برنامج جزئي Subroutine لتقييم المعادلة. إذا ما تمت الحسابات باليد أو باستخدام آلة حاسبة فإنه من السهل استخدام جداول خاصة مثل جدول 3-3. يبين هذا الجدول شكل النموذج للمتباين النصفي المنظم Regularized Semivariogram للب طوله l إذا كان للمتباين النصفي الأصلي مدى تأثير a وعتبة مقدارها 1. إن استخدام هذا الجدول يمكن أن يوضح بشكل جيد بتطبيق مثال. بامكاننا أن نعود الآن إلى المثال الموضح في شكل 3-1 لقيم الزنك المقاسة لطول مقداره 1.52م. في الفصل الثاني ذكرنا أن العتبة تقع عند القيم $10.5(\%)^2$. إن هذا هو أول تقريب لقيمة C_l. كما أن مد خط باتجاه هذه العتبة عدا النقطتين الأول في المتباين النصفي التجريبي سيعطي $2a_l/3 = 9.6\text{m}$. أي أن $a_l = 14.4\text{m}$ وبالتالي فإن قيمة $a = 12.9\text{m}$. باستخدام معادلة C_l:

$$C_l = \frac{C}{20}\left(20 - 10\frac{l}{a} + \frac{l^3}{a^3}\right)$$

$$10.5 = \frac{C}{20}\left[20 - 10\left(\frac{1.52}{12.9}\right) + \frac{1.52^3}{12.9^3}\right]$$

$$10.5 = 0.9412C$$

$$C = 11.2(\%)^2$$

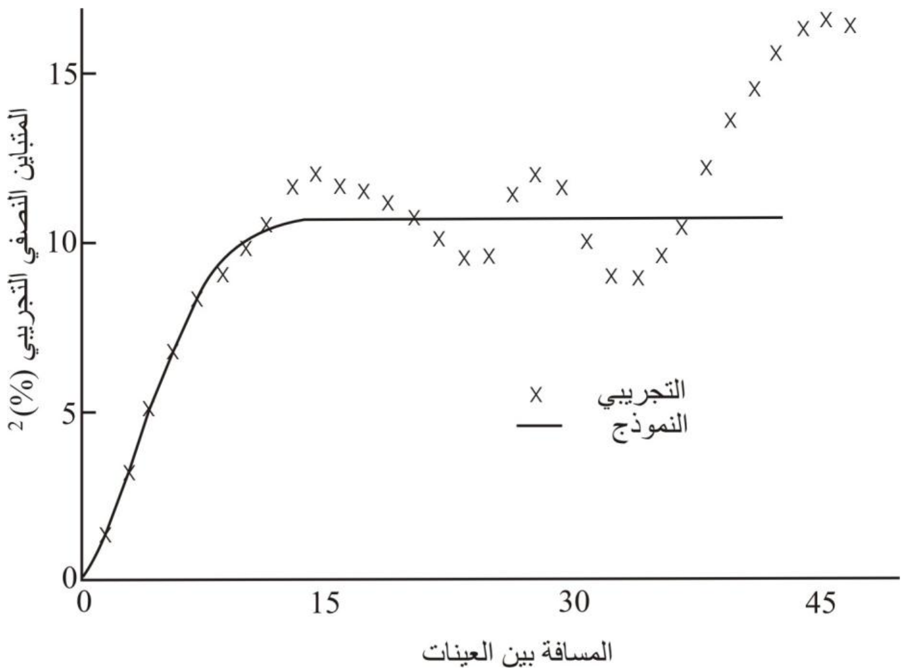
وبالتالي فإن أول تقديرات لمعالم Parameters النموذج النقطي هي C=11.2(%)، a=12.9 m. يجب أن نجد الآن في جدول 3-3 السطر الذي يمثل القيمة (a/l =8.5). وقيمة المدخلات على طول هذا السطر تعبر عن مضاعفات طول العينة l. بمعنى انه إذا كانت قيمة h/l =1 فإن h =1.52m، وإذا كانت h/l =2 فإن قيمة h = 3.04m وهكذا.

الجدول 3-3: تنظيم متباين نصفي $\gamma(h)$ لنموذج كروي بمدى تأثير a وعتبة C = 1 لمسافات مختلفة.

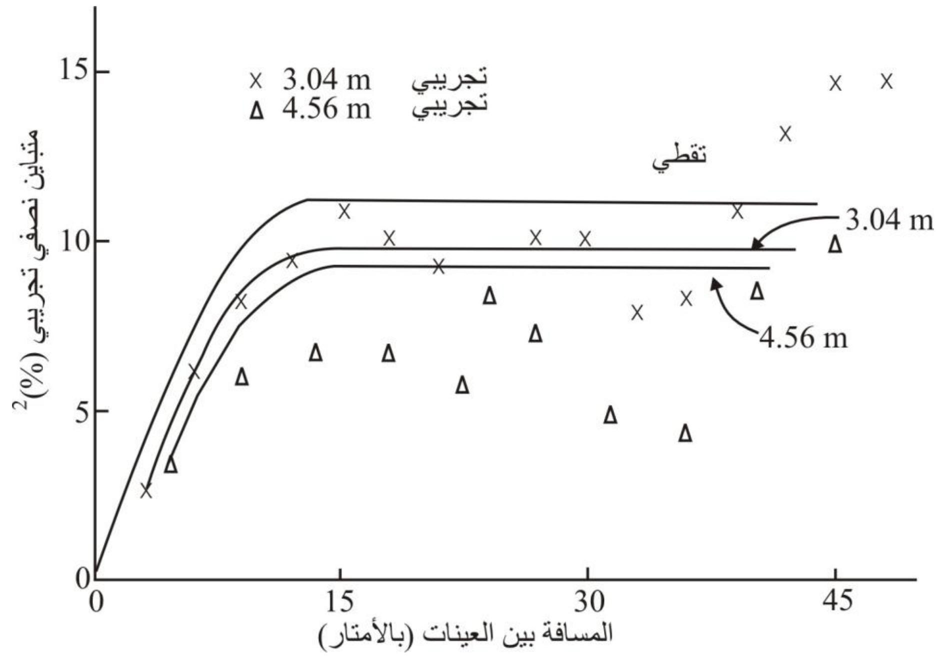
	L/h									
L/a	10.0	9.0	8.0	7.0	6.0	5.0	4.0	3.0	2.0	1.0
.325	.325	.325	.325	.325	.325	.325	.325	.325	.300	.50
.550	.550	.550	.550	.550	.550	.550	.550	.550	.450	1.00
.681	.681	.681	.681	.681	.681	.681	.681	.678	.463	1.50
.756	.756	.756	.756	.756	.756	.756	.756	.728	.412	2.00
.803	.803	.803	.803	.803	.803	.803	.802	.717	.355	2.50
.835	.835	.835	.835	.835	.835	.835	.822	.669	.307	3.00
.858	.858	.858	.858	.858	.858	.858	.812	.610	.269	3.50
.876	.876	.876	.876	.876	.876	.868	.778	.555	.239	4.00
.889	.889	.889	.889	.889	.889	.861	.733	.507	.215	4.50
.900	.900	.900	.900	.900	.896	.836	.686	.464	.194	5.00
.909	.909	.909	.909	.909	.890	.802	.642	.428	.178	5.50
917	.917	.917	.917	.914	.872	.764	.601	.396	.163	6.00
.923	.923	.923	.923	.909	.845	.726	.564	.368	.151	6.50
.929	.929	.929	.926	.895	.814	.690	.530	.344	.141	7.00
.933	.933	.933	.923	.874	.782	.655	.500	.323	.132	7.50
.938	.938	.936	.912	.849	.751	.623	.472	.304	.124	8.00
.941	.941	.933	.894	.822	.720	.593	.447	.287	.117	8.50
.945	.943	.924	.874	.794	.690	.566	.425	.272	.110	9.00
.947	.941	.910	.851	.767	.663	.541	.404	.258	.104	9.50
.949	.933	.892	.827	.741	.636	.517	.386	.246	.099	10.0

فمثلا عند القيم h/l =1 فإن الجدول يعطي قراءة قيمتها 0.117. هذا بالنسبة لمتباين نصفي بعتبة مقدارها 1. وبما أن عتبة المتباين النصفي الذي نتعامل معه هي $11(\%)^2$، فإن القيمة التي تسعى إليها هي 0.117× 11.2=1.31 $(\%)^2$. بهذا نكون قد حصلنا الآن على قيمة نموذج Model Value بالنسبة لمتباين نصفي عينات لب ذات طول 1.52م يمكن اسقاطها على الرسم البياني مقابل القيمة 1.31.

نقطة ثانية من نقط النموذج يمكن أن تكون على بعد $h/l = 2$. الجدول يعطي قيمة مقدارها 0.288 لــ C=1، وبالتالي تصبح قيمة نموذجنا $0.288\times11.2 = 3.23(\%)^2$. هذه القيمة يمكن مقارنتها بالنسبة للقيمة التجريبية والمساوية $3.09(\%)^2$. نكرر هذه الطريقة حتى نحصل على قيم نموذج لمقارنتها بالقيم التجريبية. منحنى النموذج الناتج عن مثل هذه العمليات تم رسمه على الشكل 3-5 والذي يبدو أنه مطابقة جيدة للمتباين النصفي التجريبي إذا ما قبلنا أن تكون العتبة عند القيمة $10.5(\%)^2$. يمكن عمل تعديلات إذا ما اعتقد أن العتبة ذات قيمة منخفضة وذلك برفع قيم كل من C, a. افترض أننا قبلنا نموذج النقط بقيم $a = 12.9$م و $C = 11.22(\%)^2$ فإنه بامكاننا أن نقوم بتدقيق ثاني بمقارنة النماذج للأطوال 3.04م و4.56م. فبالنسبة للسابق $a/l = 4.25$ بحيث أن علينا أن نستقرئ في الجدول قيمة بين $a/l = 4$ و $a/l = 4.5$. عادة ما يكون الاستقراء Interpolation الخطي كافيا لمثل هذا النوع من التدريبات.



الشكل 3-5: نموذج منظم مطابق لمثال الرصاص\الزنك – للب 1.52م.



الشكل 3-6: نموذج مطابقة لمثال الرصاص\الزنك- للب 3.04م و4.56م مع النموذج النقطي.

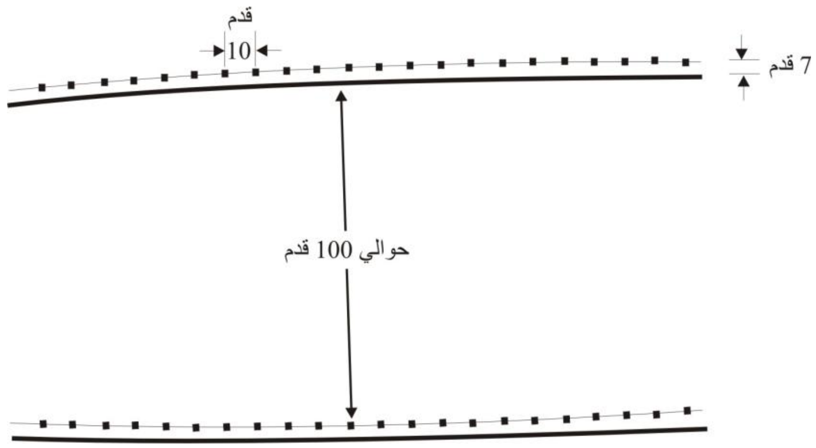
الشكل 3-6 يوضح المنحنيات التجريبية والنموذجية لكل طول عينة مع النموذج النقطي بهدف المقارنة. النموذج يمكن أن يكون مطابقة جيدة لـلمتباين النصفي $\gamma_{3.04}$ خصوصا للنقاط الأربع الأولى. وأما بالنسبة لـ $\gamma_{4.56}$ يصبح النموذج بعد النقطة الأولى ذو قيم أعلى بكثير من قيم المتباين النصفي التجريبي إلى أن تصبح قيمة h= 45 م. هذا الفرق ربما يمكن اهماله على ضوء حقيقة أن القيم التجريبية محسوبة لـ 15 زوج من العينات أو أقل. تماما وكما تم تقديره فإن النموذج الكروي يبدو وكأنه مطابقة جيدة.

1-3 حسابات الحجم والتباين Volume-Variance Calculations

تعرف عملية تَغَيُرِ المتباين النصفي مع تغير الدعامة Support في الأدب بعملية التنظيم "Regularization" اعتمادا على أن المتباينات النصفية تصبح أكثر انتظاما كلما كبر حجم العينات. لقد رأينا كيف يمكن اشتقاق معالم ما يسمى الموديل أو النموذج النقطي من خلال معالجتنا لمتباين نصفي تجريبي لعينات لبية. على أية حال فإن ما تعلمناه يقودنا إلى مشكلة اخرى من مشكلات علاقات التباين والحجم وأثر حجم العينة على نوع التوزع الذي سنصادفه. لنفرض أنه وفي مرحلة دراسة الجدوى الاقتصادية لأحد الخامات طلبت الأدارة حساب العلاقة بين التركيز والطنية Grade/Tonnage. بمعنى انه لو كان معطى معنا حد أدنى اقتصادي لأحد

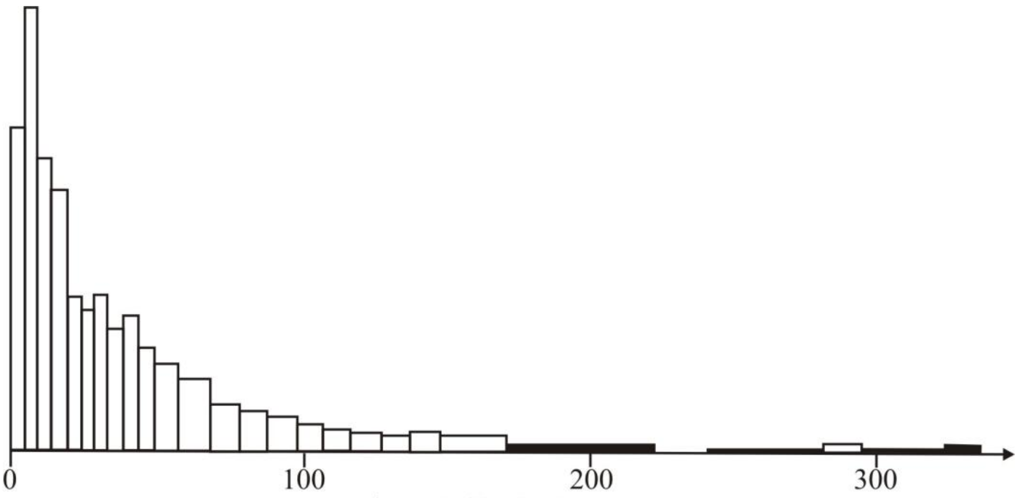
الخامات Cutoff Grade فهل نستطيع أن نقيم: كمية الخام بالأطنان في التوضع والتي تزيد عن التركيز الاقتصادي Cutoff ومتوسط التركيز لهذا الجزء من الخام.

لتوضيح هذه المشكلة التي ظهرت لنا نقدم المثال التالي. لقد تم أخذ عينات من عرق حرمائي Hydrothermal Vein حاوي على القصدير وذلك عن طريق عمل تسعة أنفاق في مستوى العرق يبعد كل واحد منها عن الآخر 100قدم. ثم أخذت عينات شظوية Chips على طول هذه الأنفاق. تبعد كل عينة عن الأخرى 10 قدم وذلك حسب ما هو مبين في شكل 3-7. يمكن اعتبار العينات الشظوية هذه كنقاط حيث أن لها حجم صغير جدا.



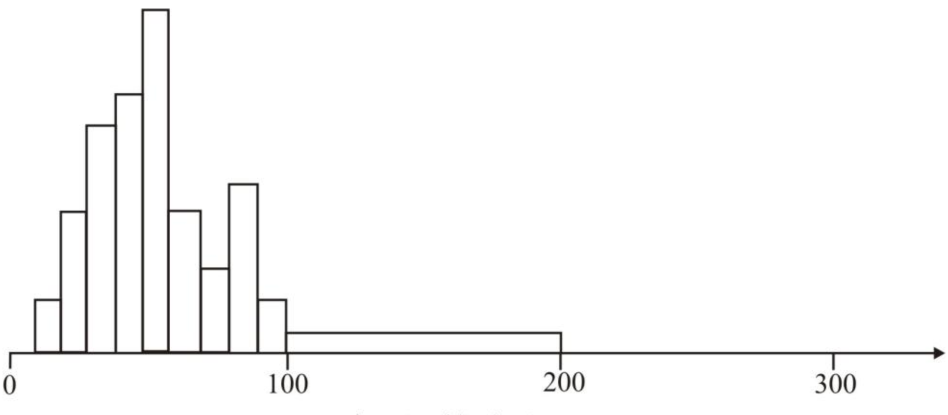
الشكل 3-7: وضع معاينة مثالي في توضع قصديركورنيش.

والشكل 3-8 يري مضلع تكراري Histogram لـ 2730 عينة شظوية أخذت من الأنفاق التطويرية التسعة. ولنفرض الآن أننا حددنا الحد الأدنى للتركيز بقيمة 25 باوند/طن. يري المضلع التكراري أن حوالي 44% من العينات تقع تحت القيمة 25 باوند/طن. من هنا نستطيع أن نقرر أن 44% من الخام قيمتها أقل من قيمة التركيز الاقتصادي للخام. والطريقة المتبعة عادة في تقدير قيم الخام في الأنفاق هو تحديد قطعة Block بين الأنفاق بطول معين ومن ثم يخصص لتلك القطعة متوسط جميع العينات الهامشية التي تم جمعها في مرحلة التطوير. والتقدير المحسوب في هذه الحالة هو الذي يقرر فيما إذا كانت القطعة سوف تدخل في حساب الاحتياط أم لا.



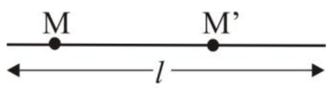
الشكل 3-8: مضلع تكراري للعينات الشظويةالمأخوذة من أنفاق عرق الكاستريت.

يري الشكل 3-9 المضلع التكراري والتقديرات لقطع على طول الأنفاق بأبعاد 125×100قدم. والتقدير هنا يتم عمله بأخذ متوسط حسابي للعينات المأخوذة على طولين للقطعة الواحدة. لقد رأينا من التمرين السابق بأننا نتوقع أن تري المتوسطات على أطوال معينة تباينا أقل من العينات النقطية. لقد نتج هذا بطريقة مناسبة حسب سلوك التقديرات. بينما تظهر القيم النقطية مدى يصل إلى 300 باوند/طن أو أكثر وأن متوسط قيم القطع نادرا ما يتعدى 150 باوند/طن. بينما نلاحظ أن 8.5% من متوسطات القطع تري قيما أقل من 25 باوند/طن. هل بامكاننا الآن أن نقول أن 8.5% من الخام لها قيم أقل من 25 باوند/طن.



الشكل 3-9: مضلع تكراري لتقديرات قيم الأنفاق في عرق الكاستريت.

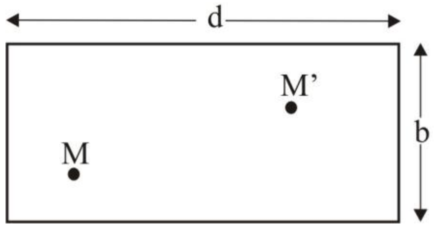
وما نحتاجه لتقرير ذلك فعلا إعادة تحديد أو تعريف شبه الجملة (من الخام). ففي الحالة الأولى ما قصدناه فعلا أنه لو تم تقسيم الخام إلى قطع صغيرة بحجم عينات شظوية فإننا نستطيع أن نرفض 44% من الخام وأن نقرر أنه أقل من 25 باوند/طن. وفي الحالة الثانية 8.5% من الأنفاق ستكون أقل من التركيز الاقتصادي المحدد بمعنى أن التوضع لو قسم إلى قطع أبعاد كل منها 125 قدم في 100 قدم فإن 8.5% من هذا القطاعات يمكن أن تكون ذات قيم أقل من قيمة الحد الأدنى للتركيز. حسب تقديري فإن 8.5% من الأنفاق وقطعها ستكون أقل من الحد الأدنى للتركيز. بكلمات أخرى، فإننا لا نستطيع أن نحدد أو نعرف كم من الخام يتبقى لدينا بعد الاختبار إذا لم نقم فعلا بتحديد وحدات الاختبار بلغة واضحة من حيث المقدار أو الشكل. والسؤال هو كم قطعة أنفاق Stope Panel ذات أبعاد 125×100 قدم أقل من الحد الأدنى للتركيز؟ للاجابة على هذا السؤال يجب تحديد نوع التوزع الذي تبينه هذه الشرائح. والجواب الكامل سيعتمد على: (1) توزع العينات الأصلية، و(2) المتباين النصفي للخام. دعونا نقوم بتحديد المشكلة نصا ونبين كيف يمكن أن يقود ذلك إلى الحل. لنقل أن العينات الأصلية لها دعامة مقدارها (l) وأن لها متباين نصفي $\gamma_l(h)$ وعتبة مقدارها C_l وأن لها توزعا للتركيز يمكن تحديد خصائصه بالمضلع التكراري وبمتوسط حسابي مقداره $\bar{g}_l$ وتباين يعادل C_l. أما بالنسبة للرقع Panels أو القطع Blocks التي تم تقديرها فسيكون لها دعامة ولنقل v ومتباين نصفي $\gamma_v(h)$ وعتبة C_v وتوزع متوسطه $\bar{g}_v$ وتباين مقدره C_v. وأول شيء نستطيع أن نقوله أن كلا من $\bar{g}_v$ و $\bar{g}_l$ يجب أن تكون متساوية حيث أن كلا منها يصف متوسط تركيز الخام كله. بذلك فإننا نستطيع أن نستعيض عنها بقيم $\bar{g}$ والتي تمثل متوسط النقط. وثاني شيء نستطيع قوله أنه إذا كان لدينا نموذج متباين نصفي نقطي فإن باستطاعتنا أن نقرر العلاقة بين كل من عتبة النقط وعتبة اللب. (C, C_l) ومن ثم بين عتبة النقط (C) وعتبة القطع C_v لأي حجم محدد. لنفرض أننا أخذنا المثال البسيط للب طوله (l) والذي يمكن تمثيله بخط مستقيم (حيث أن القطر أصغر بكثير من طول اللب). والخط المستقيم هذا يمثله الشكل 3-10.



الشكل 3-10: اشتقاق تباين التركيزات داخل جزء من الخط

خذ الآن بعين الاعتبار النقطتين (M, M') على طول اللب. بامكاننا أن نحسب من نموذج المتباين النصفي الفرق في قيم التركيز بين النقطتين. الآن افرض أننا أخذنا بعين الاعتبار جميع

الأزواج المحتملة(M, M') من النقاط والتي توجد على طول الخط بما فيها حالة كون M'=M (أي المسافة بين النقطتين صفر). بهذه الطريقة بامكاننا أن نحصل على مقياس للتغير في تركيز الخام عبر هذا الخط. إذا أخذنا متوسط قيم المتباين النصفي $\gamma(M-M')$ لجميع الأزواج المحتملة فإننا سنحصل على مقدار التباين عبر الطول (l)، بمعنى آخر إن جزء من التباين لم يتم حسابه يمثل الفرق بين عتبة نقطية وعتبة منظمة هو $C-C_l$ أو $F(l)$. هذا الفرق يساوي رياضيا:



الشكل 3-11: اشتقاق تباين التركيزات ضمن الرقعة

$$F(l) = \frac{1}{l^2}\int_0^l \int_0^l \gamma(M - M')dMdM'$$

حيث تُعَرَّفُ الدالة $F(l)$ على أنها التباين في التركيز لطول (l). على الرغم من أن هذه العلاقة تبدو مخيفة فإنه بالامكان اختزالها إلى:

للمتباين النصفي الخطي $F(l) = \frac{pl}{3}$

للمتباين النصفي الأسي $F(l) = C\left\{1 - 2\frac{a}{l} + \frac{a^2}{l^2}\left[1 - \exp\left(-\frac{1}{a}\right)\right]\right\}$

وللمتباين النصفي الكروي عندما $l \le a$ $\quad F(l) = \frac{C}{20}\frac{l}{a}\left(10 - \frac{l^2}{a^2}\right)$

وعندما $l \ge a$ $\quad F(l) = \frac{C}{20}\left(20 - 15\frac{a}{l} + 4\frac{a^2}{l^2}\right)$

إن هذه المعادلات تتوافق تماما مع الفروقات بين المتباين النصفي النقطي والمنظم ولنفرض الآن أننا نريد أن نعتبر رقعة من الخام ذات بعدين كما هو مبين في شكل 3-11. الآن تصبح الدالة $F(l)$ على شكل $F(l,b)$ لبيان أن لها بعدين. إن هذا يمكن أن يكون تكاملا مربعا. حيث أن النقاط (M, M') يمكن أن تتحركا عبر الشريحة بكاملها. بهذا تصبح المعادلة أكثر تعقيدا، ولكن ليست

مستحيلة وكمثال على نوع القيم الممكن مصادفتها فقد تم حساب الجدول3-4. إن هذا الجدول يبين الدالة *F(l,b)* لنموذج كروي بمدى تأثير مقداره 1 وعتبة مقدارها 1، وهذا هو نموذج كروي تمت معايرته بنفس فكرة معايرة التوزع الطبيعي. ويمكن استخدام هذا الجدول لايجاد قيم مماثلة للدالة *F* لأي نموذج كروي على النحو التالي:

1- اقسم أطوال الشريحة على مدى التأثير *a*

2- اقرأ القيمة التي تقابلها في الجدول

3- اضرب هذه القيمة في C

الأمثلة على مثل هذه الحسابات سيأتي ذكرها لاحقا في نهاية هذا الباب. جداول مماثلة يمكن انتاجها لكل من النموذج الخطي والنموذج الأسي. أما في اتجاهات ثلاثة فإن حساب الدالة *F(l,b,d)* تحليليا أمرٌ يصعب الوصول إليه لذا يبدو من الضروري في هذه الحالة اللجوء إلى تعريف الدالة *F*: فمثلا نأخذ أزواج نقاط (M, M') في المقطع الواحد وثم نأخذ بعين الاعتبار جميع هذه القيم ونأخذ متوسطها. إن هذا بالتالي سوف يعطي*F* قيمة معينة. والآن افترض أننا لم نأخذ جميع الأزواج بعين الاعتبار بل قمنا بأخذ بضعة أزواج ممثلة لها. بمعنى أننا بدلا من أن نأخذ المقطع الواحد على أنه يحتوي على عدد لا نهاية له من نقاط العينات قمنا باعتباره شبكة منتظمة grid تحتوي على عدد محدد من النقط ولنقل أن هذه الشبكة ذات أبعاد 5×5×5.

بعض المؤلفين يقترحون أخذ عينات نقطية موزعة عشوائيا، ولكن يبدو أنه لا معنى لذلك. إن استخدام الطريقة السابق ذكرها انتج جدول3-5 لنموذج كروي معاير Standraized Spherical Model، ومن أجل انتاج جدول واحد فقط يشترط أن يكون بعدين من القطعة Block متساويين. إن هذا الجدول يستخدم بنفس الطريقة التي يستخدم فيها جدول ثنائي الأبعاد.

الجدول 3-4: الدالة المساعدة *F(L,B)* لنموذج كروي بمدى تأثير 1 وعتبة 1.

L	*B*									
	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
.10	.078	.120	.165	.211	.256	.300	.342	.383	.422	.457
.20	.120	.155	.196	.237	.280	.321	.362	.401	.438	.473
.30	.165	.196	.231	.270	.309	.349	.387	.424	.460	.493
.40	.211	.237	.270	.305	.342	.379	.415	.451	.484	.516
.50	.256	.280	.309	.342	.376	.411	.445	.479	.511	.541
.60	.300	.321	.349	.379	.411	.443	.476	.507	.538	.566
.70	.342	.362	.387	.415	.445	.476	.506	.536	.565	.591
.80	.383	.401	.424	.451	.479	.507	.536	.564	.591	.616
.90	.422	.438	.460	.484	.511	.538	.565	.591	.616	.640
1.00	.457	.473	.493	.516	.541	.566	.591	.616	.640	.662
1.20	.520	.534	.551	.572	.593	.616	.638	.660	.682	.701
1.40	.572	.584	.600	.618	.637	.657	.677	.697	.716	.733
1.60	.614	.625	.639	.655	.673	.691	.709	.727	.744	.760
1.80	.650	.659	.672	.687	.703	.719	.736	.752	.767	.782
2.00	.679	.688	.700	.713	.728	.743	.758	.773	.787	.800
2.50	.735	.743	.752	.763	.775	.788	.800	.813	.824	.835
3.00	.775	.781	.789	.799	.809	.820	.830	.841	.851	.860
3.50	.804	.810	.817	.825	.834	.843	.852	.861	.870	.878
4.00	.827	.832	.838	.845	.853	.861	.870	.878	.885	.892
5.00	.860	.864	.869	.874	.881	.887	.894	.901	.907	.913

L	*B*									
	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0
.10	.520	.572	.614	.650	.679	.735	.775	.804	.827	.860
.20	.534	.584	.625	.659	.688	.743	.781	.810	.832	.864
.30	.551	.600	.639	.672	.700	.752	.789	.817	.838	.869
.40	.572	.618	.655	.687	.713	.763	.799	.825	.845	.874
.50	.593	.637	.673	.703	.728	.775	.809	.834	.853	.881
.60	.616	.657	.691	.719	.743	.788	.820	.843	.861	.887
.70	.638	.677	.709	.736	.758	.800	.830	.852	.870	.894
.80	.660	.697	.727	.752	.773	.813	.841	.861	.878	.901
.90	.682	.716	.744	.767	.787	.824	.851	.870	.885	.907
1.00	.701	.733	.760	.782	.800	.835	.860	.878	.892	.913
1.20	.736	.764	.788	.807	.823	.854	.876	.892	.905	.923
1.40	.764	.790	.811	.828	.842	.870	.890	.904	.915	.931
1.60	.788	.811	.829	.845	.858	.883	.901	.914	.924	.938
1.80	.807	.828	.845	.859	.871	.894	.910	.921	.931	.944
2.00	.823	.842	.858	.871	.882	.903	.917	.928	.936	.948
2.50	.854	.870	.883	.894	.903	.920	.932	.941	.948	.957
3.00	.876	.890	.901	.910	.917	.932	942	.950	.955	.964
3.50	.892	.904	.914	.921	.928	.941	.950	.956	.961	.969
4.00	.905	.915	.924	.931	.936	.948	.955	.961	.966	.972
5.00	.923	.931	.938	.944	.948	.957	.964	.969	.972	.977

الجدول 3-5: الدالة المساعدة لنموذج كروي بمدى تأثير 1 وعتبة 1 F(L,L,B)

L	*B* .1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
.10	.099	.136	.178	.222	.266	.309	.350	.390	.428	.464
.20	.168	.196	.231	.269	.308	.347	.385	.423	.458	.491
.30	.239	.262	.291	.324	.358	.394	.429	.463	.496	.527
.40	.311	.329	.353	.382	.413	.445	.476	.508	.538	.566
.50	.380	.395	.416	.441	.468	.497	.526	.554	.581	.607
.60	.445	.459	.477	.499	.523	.549	.574	.600	.624	.648
.70	.507	.519	.535	.554	.576	.598	.622	.644	.666	.687
.80	.565	.574	.588	.606	.625	.645	.666	.686	.705	.724
.90	.616	.625	.637	.652	.669	.687	.706	.724	.741	.757
1.00	.662	.669	.680	.694	.709	.725	.741	.757	.772	.786
1.20	.735	.741	.750	.760	.772	.785	.797	.810	.822	.833
1.40	.789	.794	.800	.809	.818	.828	.839	.849	.858	.867
1.60	.828	.832	.838	.845	.852	.861	.869	.877	.885	.892
1.80	.858	.861	.866	.872	.878	.885	.892	.899	.905	.911
2.00	.880	.883	.887	.892	.897	.903	.909	.915	.920	.925
2.50	.918	.920	.923	.926	.930	.934	.938	.942	.946	.949
3.00	.940	.941	.944	.946	.949	.952	.955	.958	.960	.963
3.50	.954	.955	.957	.959	.961	.963	.966	.968	.970	.972
4.00	.963	.964	.965	.967	.969	.970	.972	.974	.976	.977
5.00	.974	.975	.976	.978	.979	.980	.981	.983	.984	.985

L	*B* 1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0
.10	.526	.577	.619	.653	.683	.738	.777	.807	.829	.861
.20	.550	.598	.638	.671	.699	.751	.789	.816	.837	.868
.30	.581	.626	.663	.693	.719	.768	.803	.829	.849	.877
.40	.616	.657	.691	.719	.742	.787	.819	.843	.861	.887
.50	.652	.689	.720	.745	.767	.808	.836	.858	.874	.898
.60	.688	.722	.749	.772	.791	.828	.854	.873	.887	.909
.70	.723	.753	.777	.798	.815	.847	.870	.887	.900	.919
.80	.756	.782	.804	.822	.837	.865	.886	.901	.912	.929
.90	.785	.809	.828	.843	.857	.882	.900	.913	.923	.937
1.00	.811	.832	.849	.862	.874	.896	.912	.923	.932	.945
1.20	.853	.869	.882	.893	.902	.919	.931	.940	.947	.957
1.40	.883	.896	.906	.915	.922	.936	.945	.952	.958	.966
1.60	.905	.915	.924	.931	.937	.948	.956	.961	.966	.972
1.80	.922	.930	.937	.943	.948	.957	.963	.968	.972	.977
2.00	.934	.941	.947	.952	.956	.964	.969	.973	.976	.981
2.50	.955	.960	.964	.967	.970	.975	.979	.982	.984	.987
3.00	.967	.971	.974	.976	.978	.982	.985	.987	.988	.991
3.50	.975	.978	.980	.982	.983	.986	.988	.990	.991	.993
4.00	.980	.982	.984	.986	.987	.989	.991	.992	.993	.994
5.00	.987	.988	.989	.990	.991	.993	.994	.995	.995	.996

2-3 منحنيات التركيز /الطنية Grade/Tonnage Curves

تعلمنا لغاية الآن كيفية حساب الدالة F في اتجاه أحادي أو ثنائي أو ثلاثي، وبالتالي نستطيع أن نقرر الفرق بين تباين Variance نقطي وتباين منظم لمساحات وحجوم منتظمة الشكل. إن هذا سيعطينا كمية عددية لقيمة الاختزال في التباين ولكن إذا لم نقم بعمل افتراض معين حول طبيعة توزع العينات، فإننا لن نستطيع وبصورة فعلية أن نبين كمية التغير في قيمة الاحتياط بالأطنان فوق الحد الأدنى للتركيز. هنالك في الواقع طريقتين لمعالجة هذه المشكلة:

1- أن تفترض أن المضلع التكراري يمثل وبشكل دقيق التوضع بكامله.

2- أن تفترض أن المضلع التكراري يمثل مجموعة من العينات من التوضع وبالتالي فإن به اختلافا عشوائيا عن توزع مجتمع التوضع Deposit population.

النهج الأول ينص على أن العينات تمثل التوضع بكامله وبالتالي فإن ذلك سيقود إلى تطوير بياني وتطوير نوع من الدوال من دوال اخرى Anamorphism. وأما الطريقة الثانية فإنها توحي بالاعتقاد أننا إذا ما استطعنا قياس التركيز في كل نقطة من التوضع فإننا قد نستطيع الحصول على منحنى ممهد ذو شكل بسيط نوعا ما. إن هذه طريقة أكثر بساطة وتبدو وبشكل عام كافية لمعالجة كثير من التوضعات.

للبدء بمثال بسيط،، دعونا نقوم بدراسة أحد توضعات خام حديد معلوم أنه يتبع توزعا طبيعيا Normal distribution وله متوسط قدره 48% وانحراف معياري يساوي 5%. التوزع تم إنشاؤه باستخدام عدد من العينات الصغيرة إلى حد يكفي لأن نطلق عليها نقاطا. ونعلم أيضا أن التوضع يتبع (أو يري) متباين نصفي نقطي كروي ذو مدى تأثير قيمته 400قدم. والآن افترض أن خطة حساب احتياط الخام مبنية على قطع (أو قطاعات) ذات أبعاد 100قدم ×100قدم ×50 قدم. والسؤال المطروح الآن ما شكل توزع هذه القطع؟ والشيء الذي نستطيع أن نقوله بادئ ذي بدئ أن التوزع يحتمل أن يكون طبيعيا. وبالتأكيد سيكون له نفس المتوسط الحسابي للنقط 48%. والتغير الوحيد سيكون في قيمة الانحراف المعياري. لذلك فإننا بحاجة إلى تقييم أو تقدير قيمة الدالة F(100,100,50) لنموذج كروي بمدى تأثير(a) = 400 قدم وعتبة (C) مقدارها = 0.25 من أجل استخدام الجدول 3-5 يجب أن نقوم بمعايرة الوضع بحيث يصبح مدى التأثير يساوي 1. بمعنى أن الدالة(F(100,100,50 لمدى تأثير a = 400 هي نفس الدالة

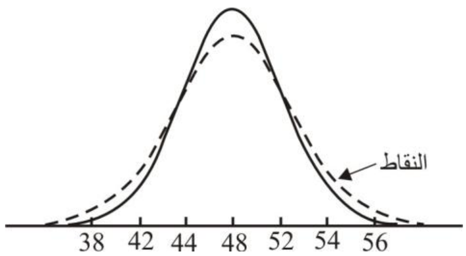
F(0.25,0.25,0.125) لمدى تأثير مقداره = 1. من الجدول 3-5 نحصل على قيمة مقدارها 0.209 ولكنها لنموذج عتبته تساوي 1. وبالنسبة لنموذجنا فإن القيمة المطلوبة تساوي 0.209× 25 = 5.225 (%حديد)^2 إن هذا هو الفرق بين التباين النقطي والقطاعي. وبالتالي فإن قياس تباين قيم القطاعات سيكون مساويا لـ 25- 5.225 = 19.775(%)^2 وانحراف معياري يساوي 4.45% حديد. إن هذا أقل 10% تقريبا من الانحراف المعياري لقيم النقاط،، تماما وكما توقعنا باستخدام عدد قليل من القطاعات. وبالتالي فإن لدينا توزعين يجب أخذهما بعين الاعتبار:

1- توزع نقطي وخصائصه: $\bar{g}$ = 48% Fe و s = 5% Fe

2- توزع قطاعي وخصائصه: $\bar{g}$ = 48% Fe و s = 4.45% Fe

كلا التوزعين يبينهما شكل 3-12 والفرق في انتشار التوزع القطاعي واضح تماما في هذا الشكل. ومن أجل رؤية كيف يمكن أن يؤثر هذا الفرق في التوزع على حسابات الاحتياط بالأطنان دعونا نأخذ على سبيل المثال حدا أدنى للتركيز قيمته 44 % Fe. من هنا فإن ذلك الجزء P من التوزع والذي يقع فوق الحد الأدنى الاقتصادي Cutoff يمكن أن يعطي بـ

$$P = P_r[g > c]$$



الشكل 3-12: مقارنة بين توزعات النقاط والقطع داخل توضع خام الحديد الوهمي

حيث g تشير إلى تركيز الخام بصورة عامة و c إلى الحد الأدنى للتركيز الاقتصادي. هذا وتتوفر الجداول للتوزع الطبيعي المعاير Standarized والتي تدون قيم ذلك الجزء منه والذي يقع تحت قيمة معطاة مقدارها z. بالنسبة لأي توزع طبيعي فإن القيمة z يمكن تحديدها بأخذ القيمة التي نريدها مطروحا منها متوسط التوزع وقسمة الناتج على الانحراف المعياري. وفي مثالنا هذا فإننا أخذنا بعين الاعتبار الحد الأدنى للتركيز (c) بحيث:

$$z = \frac{c - \bar{g}}{s}$$

والجداول العادية ستعطي قيمة $\Phi(z)$ والتي تمثل احتمال كون القيم تحت الحد الأدنى للتركيز

$$P = 1 - \Phi(z)$$

من هنا إذا ما اعتبرنا توزع قيم النقط فإننا نحصل على ما يلي:

s = 5%Fe $\bar{g}$ = 48% Fe c= 44%Fe

إذا

$$z = \frac{c-g}{s} = \frac{44-48}{5} = -0.8$$

هذا وبالرجوع إلى جداول التوزع الطبيعي المعاير فإن قيمة $\Phi(z)$ تساوي 0.212 بمعنى أن P=0.788. أي أن حوالي 79% من الخام ستكون قيمته أعلى من الحد الأدنى للتركيز، أي أعلى من القيمة 44%. والسؤال الثاني يتعلق بقيمةالتركيز لهذا الخام. فالبنسبة للتوزع الطبيعي فإن قيم التركيز يمكن أن تعطي من الحد الأدنى للتركيز كما يلي:

$$\bar{g}_c = \bar{g} + \frac{s}{p}\phi(z)$$

حيث تشير $\bar{g}_c$ إلى التركيز الأعلى من الحد الأدنى و $\phi(z)$ إلى ارتفاع منحنى التوزع الطبيعي المعاير للقيم z بمعنى آخر:

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-z^2/2)$$

وبالنسبة لمثالنا فإن قيم $\phi(z)$ = 0.29 بحيث أن:

$$\bar{g}_c = \bar{g} + \frac{s}{p}\phi(z) = 48 + \frac{5}{0.788} \times 0.290 = 49.84\%Fe$$

لتلخيص ما سبق ذكره فإن 78.8% من الخام له قيم أعلى من الحد الأدنى للتركيز (44% Fe). وأن هذا الجزء من الخام له تركيز قيمته 49.8% Fe.

دعونـا نقـوم باعـادة الحسـاب لهـذا التمـرين أخـذين بعـين الاعتبـار قـيم قطـع الاسـتخراج المنجمي التي اختيرت بأبعاد 100قدم ×100قدم ×50 قدم.

$S_v = 4.45\%\ Fe$ ، $\bar{g} = 48\%$ ، $c = 44\%\ Fe$

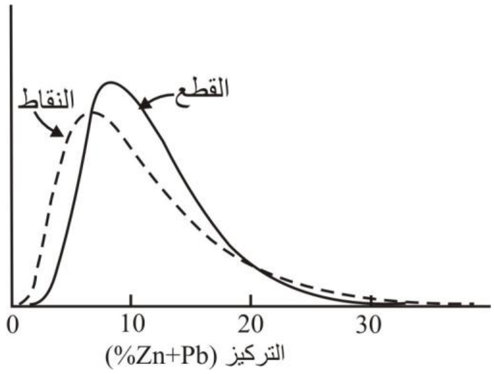
$$Z_v = \frac{c-\bar{g}}{S_v} = \frac{44-48}{4.45} = -0.899$$

جداول التوزع الطبيعي المعاير تعطـي قيمـة لـ $\phi(z) = 0.184$ أي أن P = 0.816 مـن هنا فإن قيمة التركيز ستكون:

$$\bar{g}_c = \bar{g} + \frac{S_v}{p}\phi(z_v) = 48 + \frac{4.45}{0.816} \times 0.267 = 49.45\% Fe$$

على الرغم من أن الفروق الناتجة باستخدام مثالنا هذا ليست جوهرية، إلا أنـه يمكن أن نرى بوضوح أن أخذنا لقيم التركيز محسوبة لقطاعات ذات أبعاد 100قدم ×100قدم ×50 قدم سيؤدي إلى ارتفاع في كمية الأطنان التي سيتم استخراجها من المنجم وأن تركيز الخام سيكون أقل مما هو متوقع من العينات الأصلية. لو أن الحد الأدنى للتركيز اختير بحيث يكون أعلى من المتوسط الحسابي لتركيز التوضع فإن الوضع سيكون معكوسا. إن هذه ليست ملاحظة أكاديمية بحتة وإنما ولدت بالتجربة والخبرة في مناجم مازالت تعمل لغاية الآن.

دعونا نعود الآن إلى وضع أكثر شيوعا بحيث يكون توزع التركيز لوغاريثميا طبيعيا. خـذ علـى سـبيل المثـال توضـع الزنـك\الرصـاص حيـث النسـبة المشـتركة للفلـز هـي المتغيـر الاقتصـادي. معلـوم أن العينـات تـري توزعـا لوغاريثميـا وأن المتوسـط والانحـراف المعيـاري للعينات على الترتيب هي 12% و 8%. وأن المتباين النصفي كروي ومدى تـأثيره 15 مترا وأن وحدة الاستخراج المنجمية Selective Mining Unit المنتقاة هي قطعة أبعادها 10×10×5 مترا. باستخدام الجدول 3-5 نجد أن قيمة F(10,10,5) عندما a = 15 و C = 64 مساوية لـ 64 × 0.516 = 33.024. إن هذا سينتج انحرافا معياريا قطاعيا مقداره 5.56%. كلا التوزعين جرت مقارنتهما في شكل 3-13. حساب ذلك الجزء الذي يقع فوق الحد الأدنى للتركيز لتوزع لوغارثمي طبيعي يتطلب خطوة اضافية. من التعريف وإذا كان للمتغير توزعا لوغارثميا طبيعيا، فإن لوغاريثمات المتغير لها توزع طبيعي.



الشكل 3-13: مقارنة بين توزعات نسب الفلزات المدمجة في مثال الرصاص والزنك الافتراضي

من الضروري في هذه الحالة حساب المتوسط والانحراف المعياري لهذا التوزع الطبيعي للوغاريثمات القيم قبل أن نقوم بأية حسابات أخرى. إذا ما اعتبرنا إن y ترمز إلى لوغاريتم التركيز فإن المتوسط والانحراف المعياري للقيم y يعطي بالمعادلات التالية:

$$s_y{}^2 = \log_e\left(\frac{s^2}{\bar{g}^2}+1\right)$$
$$\bar{y} = \log_e \bar{g} - 0.5 s_y{}^2$$

وبمجرد حساب معالم التوزع يمكن تقدير ما يلي:

$$z = \frac{\log_e c - \bar{y}}{s_y}$$
$$P = 1 - \Phi(z)$$

حيث P مرة اخرى هي ذلك الجزء من الخام والذي له قيم أعلى من قيمة الحد الأدنى للتركيز. يمكن حسابه بالطريقة التالية:

$$\bar{g}_c = \frac{Q}{P}\bar{g}$$

حيث

$$Q = 1 - \Phi(z - s_y)$$

وفي مثال الزنك\والرصاص اعتبر أن 4 % لكلا الفلزين يمثل الحد الأدنى للتركيز. آخذين بعين الاعتبار التوزع النقطي فإن:

$s_y = 0.61$ ، $\bar{y}=2.3$ ، $s = 8$ ، $\bar{g} = 12$

$$z = \frac{\log_e c - \bar{y}}{s_y} = \frac{1.39 - 2.3}{0.61} = -1.508$$
$$P = 1 - \Phi(-1.508) = 0.934$$
$$Q = 1 - \Phi(-1.508 - 0.61) = 0.983$$
$$\bar{g}_c = \frac{Q}{P}\bar{g} = \frac{0.983}{0.934} \times 12 = 12.62\%(Pb + Zn)$$

أن بيانات العينات الأصلية تعلمنا أن 93.4 % من الخام له قيم أعلى من قيم الحد الأدنى للتركيز 4% (Pb+Zn) وأن هذا الخام له قيمة متوسطة مقدارها 12.62 % (Pb+Zn). وإذا أخذنا بعين الاعتبار القطعة التي أبعادها 5x10x10م سنحصل على النتائج التالية:

$$\bar{g} = 12 \rightarrow s_v = 5.56$$
$$\bar{y} = 2.39 \rightarrow s_y = 0.44$$
$$z = \frac{\log_e c - \bar{y}}{s_y} = -2.271$$

$$p = 1 - \Phi(-2.271) = 0.988$$
$$Q = 1 - \Phi(-2.271 - 0.44) = 0.997$$
$$\bar{g}_c = \frac{Q}{p}\bar{g} = \frac{0.997}{0.988} x12 = 12.10\%(Pb + Zn)$$

والآن إذا أخذنا بعين الاعتبار التوزع القطاعي والذي أبعاد وحداته 10×10×5 مترا سينتج عنه زيادة في الأحتياط بالأطنان ونقص في التركيز عما يمكن أن نستنتجه من عينات بسيطة. والجدول 3-6 يري القيم الناتجة عن استخدام مجموعة من القيم الدنيا للتركيز. والشكل 3-14 يري منحنيات التركيز بالطن الناتجة عن ذلك بنفس الكيفية المستخدمة في كتابة تقارير المناجم. والخلاف البسيط هنا أن ذلك الجزء الأعلى من الحد الأدنى للتركيز معطى معنا بدلا من الأطنان

لابقاء المثال أكثر عمومية. يمكن رؤية الانحراف الناتج عن استخدام عينات نقطية بدلا من قطاعية بوضوح على الرسم.

ما يلي هو مثال متقضب لانهاء الموضوع الذي نتحدث عنه: يمتلك توضع (يورانيوم ذو تركيز منخفض) توزعا لوغارثميا طبيعيا بمتوسط مقداره 0.3 % U_3O_8 وانحراف معياري قيمته 1.05% U_3O_8 والمتباين النصفي الكروي لهذا التوضع له مدى تأثير مقداره 40مترا. ووحدة الاستخراج المنجمي (القطاع) المستعملة في حساب التقدير أبعادها 25×25×10 مترا. استخدام الجدول 3-5 يعطي دالة مقدارها 0.477×1.1025 = 0.526 وهذا بدوره ينتج انحراف معياري لقيم القطاعات مقداره 0.76% U_3O_8.

يري الجدول 3-7 نتائج استخدام قيم دنيا للتركيز 0.05 ، 0.10 ، 0.15 ،0.20 % U_3O_8لـعينات نقطية وتوزعات قطاعية والأشكال 3-15 و 3-16 توضح هذه التوزعات.

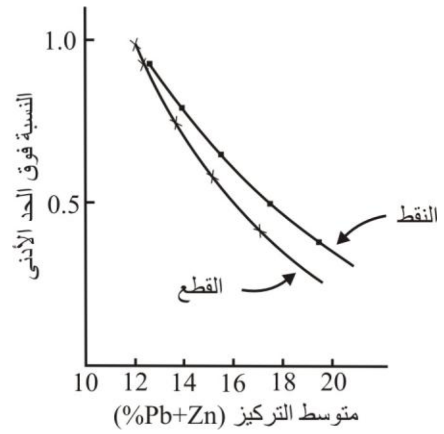
لاحظ كيف أن الطبيعة الإلتوائية Skewed للتوزع الأصلي والمقدار الكبير نسبيا للقطاع تتحدان معا لايجاد فجوة متسعة باستمرار بين منحنى النقط والقطع.

الجدول 3-6: مقارنة بين حسابات التركيز والطنية للقيم النقطية والقطاعية للقيم الدمجة لكل من الرصاص والزنك في التوضع.

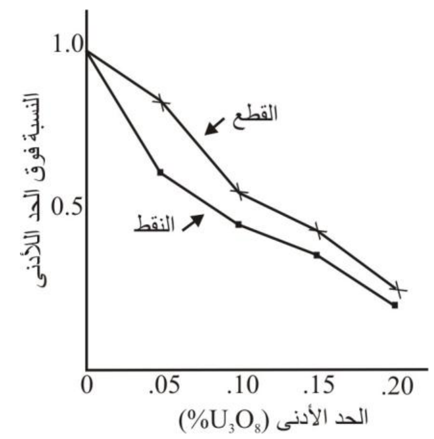
	النقاط		القطع	
الحد الأدنى	**الجزء الأعلى من الحد الأدنى**	**متوسط التركيز**	**الجزء الأعلى من الحد الأدنى**	**متوسط التركيز**
0.05	0.622	0.47	0.712	0.41
0.10	0.452	0.62	0.527	0.53
0.15	0.355	0.75	0.414	0.64
0.20	0.291	0.88	0.337	0.75

الجدول 3-7: مقارنة بين حسابات التركيز والطنية للقيم النقطية والقطاعية في توضع اليورانيوم.

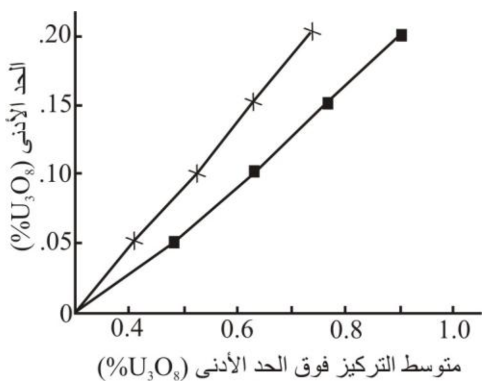
	النقاط		القطع	
الحد الأدنى	الجزء الأعلى من الحد الأدنى	متوسط التركيز	الجزء الأعلى من الحد الأدنى	متوسط التركيز
4	0.934	12.62	0.988	12.10
6	0.800	13.90	0.912	12.68
8	0.643	15.58	0.758	13.82
10	0.499	17.48	0.576	15.34



الشكل 3-14: مقارنة بين منحنيات التركيز والطنية في توضع الرصاص والزنك.



الشكل 3-15: مقارنة بين منحنيات التركيز والطنية في توضع اليورانيوم – الحد الأدنى cutoff مقابل ذلك الجزء فوقه.



الشكل 3-16: مقارنة بين منحنيات التركيز والطنية لخام اليورانيوم- الحد الأدنى مقابل الجزءالذي يعلوه.

3-3 استنتاج Conclusion

أخذنا في هذا الفصل من فصول الكتاب بعين الاعتبار المشكلات الناتجة عن تغير حجم، مقدار وبعد كل من العينات النقطية والقطاعية. لقد بينا أيضا كيف يمكن أن نشتق المتباين النصفي النقطي من عينات لها دعامة محددة. ولقد بينا كذلك كيف يتغير توزع القيم بالنسبة لأشكال منتظمة ومحددة تبعا لتغير الدعامة القطاعية أي تغير أبعاد وحدة الاستخراج المنجمي المختارة.

إن بناء منحنى فرضي للتركيز\بالطن يمكن تحقيقه إذا ما توفرت المعلومات التالية:

- توزع العينات النقطية
- المتباين النصفي للعينات النقطية
- شكل ومقدار "وحدة الاستخراج المنجمي الاختيارية " القطاع

بهذه الطريقة يمكننا أن نحصل على تقدير مبدئي واقعي للتركيز\بالطن في المراحل البدائية لدراسة أي خام.

الفصل الرابع

التقدير Estimation

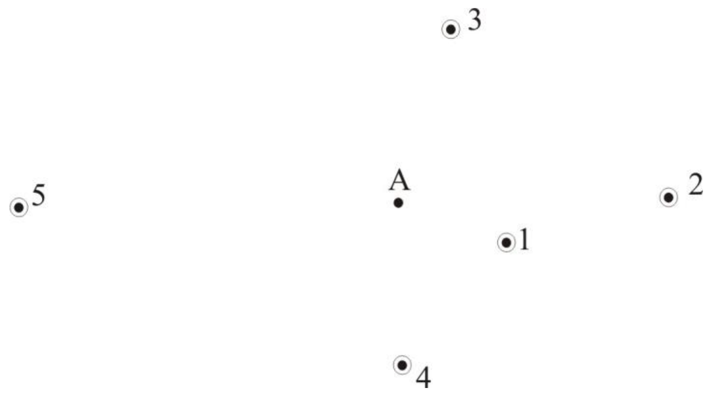
استعملنا لغاية الآن مبادئ وفرضيات أساسية في علم حساب كميات الخام كي نبني لأنفسنا نموذجا عن البنائية Structure والاستمرارية Continuity في التوضع. ولقد رأينا أيضا كيف يمكن أن يقود ذلك (في الفصل الثالث) إلى انتاج منحنيات نظرية (فرضية) للتركيزوالطنية وإلى دراسة كيف أن مقدار قطعة التعدين Mining block يمكن أن يؤثر على أرقام الانتاج النهائية.

لقد حان الوقت الآن لأن نعود إلى مشكلتنا الأساسية في تقدير كميات الاحتياط. إن النقاش في هذا الفصل والفصل الذي يليه سينحصر في التقدير المحلي Local Estimation بمعنى أن الاهتمام سيتركز في جزء واحد من التوضع في كل مرة. على أية حال يجب أن نكون على قناعة بأن التقنية المتبعة يمكن تطبيقها على الخام ككل . ويجب أن نتذكر أيضا أن التقدير المحلي قطعة قطعة أو نفقاً نفقاً سوف يقود وبصورة حتمية إلى التقدير الكلي لذا دعونا نقوم بتحديد الموقف ذو الأهمية بالنسبة لنا. فهناك نقطة أو مساحة أو حجم من التوضع لا نعرف قيمة تركيزه ولكننا نرغب في تقديرها. دعونا نسمي قيمة التركيز المجهولة هذه T. ونسمي النقطة أو المساحة أو الحجم ذو الأهمية بالنسبة لنا A. هذا ومن أجل بناء (أو انتاج) تقديريات Estimators يجب أن يكون لدينا بعض المعلومات والتي عادة ما تكون على شكل عينات. وبصورة عامة دعونا نفترض أن لدينا n من العينات ذات القيم $g_n.....g_3, g_2, g_1$ الخ. مجموعة العينات هذه عادة ما يشار إليها بالحرف S. من هذه العينات بامكاننا أن نشكل تقديرا ذو طبيعة خطية ألا وهو المتوسط الموزون. يجب أن نقيد أنفسنا في هذه المرحلة بالذات بهذا النمط من التقديرات. والتقدير هذا يرمز إليه بالرمز T^* ويساوي:

$$T^* = w_1 g_1 + w_2 g_2 + w_3 g_3 + ... + w_n g_n$$

حيث $w_n, ..., w_3, w_2, w_1$ ، هي الأوزان المخصصة لكل عينة. تستخدم أكثر تقنيات التقدير المحلي تطبيقا طريقة المتوسط الموزون أو تقنية مقلوب المسافة ...الخ. وأسهل الحالات قاطبة

تلك التي تتساوى فيها الأوزان المعطاة لكل عينة. بهذا يكون T^* هو المتوسط الحسابي لقيم العينات.



الشكل 4-1: معاينة فرضية وحالة تقدير- توضع يورانيوم

خذ بعين الاعتبار مجموعة العينات المأخوذة والموقع المجهول والذي سبق وأن ناقشناه في الفصل الأول. الشكل 4-1 يري النقطة التي تسترعي اهتمامنا في الموقع وهي A، ولدينا خمسة عينات نقطية حولها. احداثيات النقاط الستة وقيم العينات معطاة في الجدول 4-1. والتوضع الفرضي الذي نرغب في مناقشته هو تو ضع لفلز اليورانيوم، ذو تركيز قليل وطنية عالية ويفترض أنه متماثل. والمتباين النصفي Semivariogram والذي تمت مطابقته له نموذج كروي بمدى تأثير(a) مقداره 100 قدم وعتبته (C) مقدارها 700 ppm^2 وظاهرة تشذر(C_0) مقدارها 100 ppm^2. كذلك معطى معنا إحداثيات النقاط الستة وقيم العينات المأخوذة منها في جدول 4-1. دعونا نناقش الآن أسهل طريقة يمكن اتباعها لاجراء التقدير. خذ الآن القيمة المعطاة في أقرب موقع أي موقع 1 وقم بمدها إلى النقطة المجهولة القيمة. بعمل ذلك فإننا نرتكب خطأ تقديريا قيمته (ε) وستكون قيمة هذا الخطأ مساوية طبعا للفرق بين قيمة T و T^* المقدرة. T^* في هذه الحالة مساوية لقيمة g_1. بمعنى أن:

$$T^* = g_1$$
$$\varepsilon = T - T^*$$

طبعا ليس من الصعوبة أن نُري أنه إذا لم يوجد توجه ما فإن هذا التقدير هو تقدير غير منحاز Unbiased Estimator. بمعنى أننا إذا ما قمنا بعمل تقديرات متشابهة فإن متوسط الخطأ سوف يساوي صفرا.

$$\bar{\varepsilon} = 0$$

ومصداقية التقدير Reliability يمكن قياسها بالنظر إلى رقعة انتشار الأخطاء Spread of Errors. فإذا اتخذت الأخطاء قيما قريبة من الصفر فإن التقدير المستخدم والحالة هذه هو تقدير جيد.

النقاط	الشرق (قدم)	الشمال (قدم)	التركيز U_3O_8
 A 1 2 3 4 5	4150 4170 4200 4160 4150 4080	 2340 233 2340 2370 2310 2340	400 380 450 280 320

الجدول 4-1: مواقع وقيم عيناتت في مسألة تقدير اليورانيوم.

وإذا كانت رقعة انتشار تشتت الخطأ كبيرة فإن التقدير المستخدم لا يعتمد عليه (أي لا يرى مصداقية). إن أبسط مقياس إحصائي للتشتت (رقعة انتشار الخطأ) هو الانحراف المعياري Strandard Deviation. إن الانحراف المعياري لخطأ التقدير،أو ما يشار إليه في علم الاحصاء على أنه الخطأ المعياري Standard error، سيقيس تبعا لذلك مصداقية التقدير. بغض النظر عن التقديرات التي عملت لا نستطيع قياس الانحراف المعياري للاخطاء التي عملت ما دمنا لا نعلم قيمة الخطأ الذي عمل. لذلك يجب أن ننظر إلى الشكل النظري لتباين خطأ عملية التقدير Variance of Estimation Error بمعنى آخر تباين عملية التقدير:

$$\varepsilon = T - T^*$$

أي أن تباين الأخطاء $= \sigma_\varepsilon^2$، ويساوي ايضا:

= متوسط مربع الانحرافات عن متوسط الخطأ

= متوسط $(\varepsilon - \bar{\varepsilon})^2$

= متوسط ε^2 حيث $\bar{\varepsilon} = 0$

= متوسط $(T\text{-}T^*)^2$

إن المتوسط والحالة هذه سيعمل على طول التوضع وعرضه. بمعنى أن التقدير للخطأ الذي ارتكبناه سيكرر (طبعا بعدد مرات معادل لعدد العينات) للخام كله ومن ثم نقوم بحساب التباين. طبعا يصعب علينا عمل ذلك من الناحية العملية. لذا دعونا ننظر بدقة أكثر إلى هذا الشكل من التباين. لقد وجد على أن أخذ التركيز عند النقطة A ثم طرح قيمة التركيز عند النقطة 1 منه، ثم تربيع الناتج ثم تكرار هذه العملية على الخام كله لجميع أزواج العينات المحتملة. ثم أخذ متوسط القيم يتطابق تماما مع تعريف المتباين Variogram. وفي الواقع إن هذا هو المتباين بين النقطتين A و 1. هذا وإذا ما أعطينا مسافة ما بينهما (h) فإن بإمكاننا أن نقيم تباين التقدير بقراءة قيمة من المتباين النصفي (γ) ثم ضربها في (2). هذا في الواقع أحد الأسباب التي تحدونا إلى اتباع سياسة التفريق بين المتباين والمتباين-النصفي وعدم الخلط بينهما بذلك تكون قيمة:

$$\sigma^2 = 2\gamma(h)$$

وفي حالة مثالنا المعطى في جدول 4-1:

$$T^* = 400\,ppm$$
$$h = 21.54$$
$$\gamma(h) = 322.7(ppm)^2$$
$${\sigma_\varepsilon}^2 = 2\times 322.7 = 645.4(ppm)^2$$
$$\sigma_\varepsilon = 25.4\,ppm$$

والآن وبالاعتماد على معلوماتنا عن هذا التوضع، أي بمعرفتنا للمتباين النصفي، بامكاننا أن نقرر التقدير الذي استخدم له خطأ معياري قيمته 25.5 ppm. وتحويل هذا الخطأ المعياري إلى مدى ثقة، يتطلب معرفتنا بنوع التوزع الاحتمالي للخام Probability distribution. على سبيل المثال إذا توخينا تطبيق نظرية على حالتنا هذه فبامكاننا أن نقول أن مجال الثقة Confidence Interval قيمته 95% يمكن أن يعطي بـ $T^*\pm1.96\sigma_\varepsilon$. بمعنى آخر يتراوح بين 350-ppm450 . من الناحية الآخرى، إذا افترضنا أن الخام يتبع توزعا لوغارتميا فإن مجال الثقة 95% يمكن أن يعطي بالرقمين 354-ppm453.

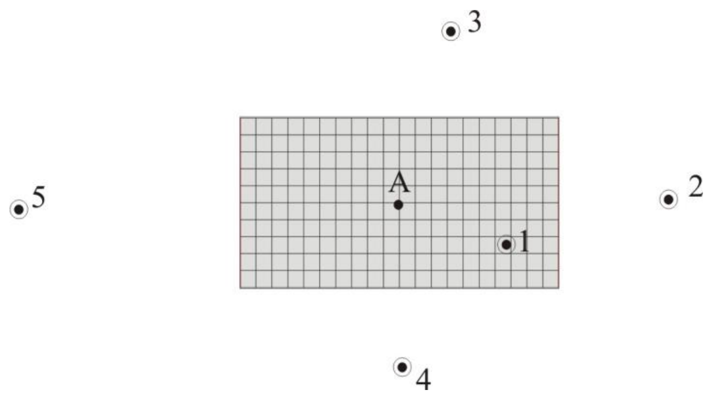
والآن دعونا نعقد الخطوات قليلا. فبدلا من تقدير القيمة عند النقطة A فإننا سنكون في حقيقة الحال مهتمين أكثر بايجاد متوسط قيمة التركيز لمساحة معينة أو قطعة بذاتها. في الشكل 4-2 فإن رقعة مساحتها 60× 30قدم قد حددت بحيث تكون نقطة A في منتصفها. من هنا ستصبح عملية التقدير على النحو التالي:

T = Panel متوسط التركيز للرقعة

A = قدم 30 ×60

T*= g_1

$\varepsilon = T - T^*$



الشكل 4-2: تقدير أكثر واقعية- المطلوب قيمة الرقعة (خام يورانيوم)

طبعا المناظرة السابقة مازالت صالحة. فمثلا يمكن أن نُري أن متوسط الخطأ يساوي صفرا إذا لم يكن هنالك أي توجه محلي Local Trend. تباين عملية التقدير كذلك مازال هو المتباين بين التركيز عند العينة النقطية 1 ومتوسط التركيز عبر الرقعة *A*. هذا ولقد رأينا في الفصل الثالث من هذا الكتاب كيف أنه يمكننا أن نتعامل مع متوسط تركيز لعينة ما (مثل عينات اللب ذات الطول المحدد) إذا ما رغبنا في الحصول على متباين نصفي بين عينات لها نفس المقدار، ولكننا لغاية الآن لم نبحث امكانية مقارنة عينات ذات مقادير متفاوتة (مثل أطوال متفاوتة). إن النموذج المسمى المتباين النصفي يزودنا بالفروق في التركيز بين نقطتين. بامكاننا أن نجد قيمة المتباين النصفي بين النقطة التي أخذت عندها العينة وأي نقطة أخرى في الرقعة (Panel *A*)، وبامكاننا أن نأخذ متوسط هذه القيم. دعونا نعرف هذه الكمية بـ $\bar{\gamma}(S, A)$ وتقرأ جاما شرطة (بار) بين العينة المعروفة في الرقعة وأي نقطة أخرى فيها. إن اشارة (- الشرطة) هي نفسها الشرطة المعيارية المستخدمة للدلالة على المتوسط الحسابي. إن مصطلح $\bar{\gamma}(S)$سوف يحل محل $\gamma(h)$ في علاقتنا السابقة. على أية حال فإن ما نحتاجه في الواقع هو المتباين النصفي بين متوسط التركيز في الرقعة وتركيز العينة وليس بين جميع النقط الفردية في الرقعة وتركيز النقطة. إن القيمة $2\bar{\gamma}(S, A)$ هي تباين الخطأ المعمول إذا ما حاولنا تقدير كل نقطة في الرقعة. لتصحيح هذا الفرق في مدار الاهتمام يجب أن نعتبر التغير في التركيزات عند نقط في الرقعة.

لقد تمت مناقشة ذلك في الفصل الثالث وقيمناها باستخدام الدالة المساعدة $F(l,b)$. كان هذا هو المتباين النصفي المتوسط بين جميع أزواج العينات المحتملة في الرقعة. بامكاننا اعادة تدوين ذلك بصورة أعم مستخدمين مصطلح جاما بار. بمعنى أن $\bar{\gamma}(A,A)$ سيكون المتباين النصفي المتوسط بين كل نقطة في الرقعة وكل نقطة في الرقعة. وفي الحالة المبينة في شكل 4-2 فإن تباين عملية التقدير عندما نستخدم القيمة عند نقطة العينة 1 لتقدير متوسط التركيز في الرقعة سيصبح على النحو التالي:

$$\sigma^2{}_{\varepsilon} = 2\bar{\gamma}(S,A) - \bar{\gamma}(A,A)$$

إن حساب مصطلحات الجاما بار (شرطة) ستتم مناقشته بالتفصيل أكثر لاحقا.

والآن دعونا نعقد الحسابات أكثر. ففي حقيقة الحال لدينا أكثر من عينة فلم لا نستخدمها جميعا عند إجراءات التقدير. افترض أننا نستخدم المتوسط الحسابي للعينات كأنه T^*. إن هذا يعطينا أبسط شكل لنمط المتوسط الموزون للتقدير.

أي أن:

$T =$ متوسط التركيز في الرقعة

$A =$ الرقعة ذات المساحة 30×60 قدم

$S =$ 5 عينات نقطية في مواقع محددة

$$T^* = \frac{1}{5}\left(g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5\right)$$

في هذه الحالة المصطلح $\bar{\gamma}(S,A)$ هو قيمة متوسط المتباين النصفي بين كل عينة في مجموعة العينات (S) وكل نقطة في الرقعة. والمصطلح $\bar{\gamma}(A,A)$ مازال متوسط المتباين النصفي بين كل نقطة في الرقعة وكل نقطة في الرقعة. على أية حال لدينا الآن مصدرا آخر من مصادر التغير الزائفة Spurious variation.

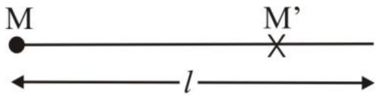
إننا نعتبر فقط متوسط التركيز للعينات كتقدير، ولكن $\bar{\gamma}(S,A)$ (جاما شرطة بين العينة وأي نقطة في الرقعة) يأخذ بعين الاعتبار التركيزات الفردية. بالتالي فإن علينا أن نطرح قيمة المصطلح $\bar{\gamma}(S,A)$ من التباين حيث أن هذا هو متوسط قيمة المتباين النصفي بين كل نقطة في مجموعة العينات وكل نقطة في مجموعة العينات (أي لـ 25 زوج من العينات). الصورة النهائية لتباين عملية التقدير تصبح:

$$\sigma_{\varepsilon}{}^2 = 2\bar{\gamma}(S,A) - \bar{\gamma}(S,S) - \bar{\gamma}(A,A)$$

هذا وعادة ما يسمى المتوسط الحسابي في علم الجيوإحصاء (حساب الخامات) على أنه تقدير الامتداد Extension Estimator والتباين السابق ذكره عادة ما يسمى تباين الامتداد. ولتمييز هذا التباين من تباين الامتداد العام لمتوسط موزون فإننا نستخدم تنسيق سفلي $_e$ (Subscript) بدلا من العام ε.

1-4 حسابات مصطلحات جاما شرطة Calculation of gamma-bar Terms

بعد أن قمنا باشتقاق معادلة تباين الامتداد Extension variance بقي علينا أن نبين عمليا كيفية حساب مثل هذه المصطلحات مثل $\bar{\gamma}(S,A)$. هذا ومن أجل مجاراة التبسط في معالجتنا لهذا الموضوع سوف نعتبر في هذه اللحظة بالذات فقط حالات مثالية في اتجاه أو اتجاهين. وأما التعميمات المتعلق بهذا الموضوع فسوف تتم مناقشتها لاحقا. اعتبر على سبيل المثال الترتيب الموضح في شكل 4-3.



الشكل 4-3: مثال على استخدام نقطة هامشية لتقدير قيمة متوسط الجزء الخطي.

فهناك طول من نفق مثلا مقداره l م وتركيزه غير معلوم. وتحت تصرفنا عينة واحدة فقط (ربما في بداية مرحلة التطوير) ذات تركيز معلوم. وبالنسبة لما سبق وأن أشرنا إليه فإن T هو متوسط التركيز عبر طول مقداره l و T^* هو التركيز عند موقع العينة (النقطة) و A هو الطول و S هي العينة النقطية المنفردة. أن مصداقية هذا التقدير معطاة بـ

$$\sigma_\varepsilon{}^2 = 2\bar{\gamma}(S,A) - \bar{\gamma}(S,S) - \bar{\gamma}(A,A)$$

إن $\bar{\gamma}(S,S)$ هو المتباين النصفي بين العينة النقطية ونفسها ويساوي صفر لأن العينة هي عبارة عن نقطة. و$\bar{\gamma}(A,A)$ كقيمة ليست إلا الدالة *F(l)* والتي سبق وأن تعرفنا عليها في الفصل الثالث. ومشكلتنا تظهر مع $\bar{\gamma}(S,A)$ والتي تم تعريفها على أنها متوسط المتباين النصفي بين العينة النقطية وكل نقطة على الخط (l). بمعنى أننا نستطيع أن نأخذ (M) على أنها النقطة الثابتة (أي العينة) و M' يمكن أن تكون أي نقطة على الخط l. نأخذ جميع مثل هذه الأزواج المحتملة (المتوقعة)، ثم نقوم بحساب قيمة المتباين النصفي لكل زوج ثم نجمع هذه القيم (باستخدام تكامل ما). ومن ثم نقوم بأخذ متوسط لهذا المجموع. لأن الجمع قد تم عمله على خط مستمر لذا لا نقوم

بقسمته على عدد النقاط بل على طول الخط نفسه l. هذا ينتج دالة مساعدة أخرى تسمى $\chi(l)$ وتتعامل مع حالة محددة لنقاط على نهاية الخطوط. وبذلك يصبح تباين الامتداد الذي نسعى إليه

$$\sigma_e^{\ 2} = 2\chi(l) - F(l)$$

بقي علينا أن نحدد الدالة $\chi(l)$ للنموذج الذي نستخدمه والخطأ المعياري متوفر مباشرة. والدوال المساعدة في اتجاه واحد معطاة لاحقا للنماذج الثلاثة الشائعة. والمتباينات النصفية التي تعالج نموذجا له أكثر من مركبة يمكن التعامل معها بسهولة. تحسب الدالة المساعدة لكل مركبة ومن ثم تجمع الدوال المساعدة للمركبات كلها.

الدوال المساعدة Auxiliary Functions

بالنسبة للمتباين النصفي الخطي

$$\gamma(h) = \rho h$$

$$\chi(l) = \rho \frac{l}{2}$$

$$F(l) = \rho \frac{l}{3}$$

وبالنسبة للمتباين النصفي الأسي

$$\gamma(h) = C\left[1 - \exp(-h/a)\right]$$

$$\chi(l) = C\left\{1 - \frac{a}{l}\left[1 - \exp(-l/a)\right]\right\}$$

$$F(l) = C\left\{1 - \frac{a}{l} + \frac{a^2}{l^2}\left[1 - \exp(-l/a)\right]\right\}$$

وبالنسبة للمتباين النصفي الكروي

$$\gamma(h) = C\left(\frac{3h}{2a} - \frac{h^3}{2a^3}\right)$$ عندما $h \le a$

$$\gamma(h) = C$$ عندما $h \ge a$

$$\chi(l) = \frac{C}{8}\left(\frac{l}{a}\right)\left(6 - \frac{l^2}{a^2}\right)$$ عندما $l < a$

$$\chi(l) = \frac{C}{8}\left(8 - 3\frac{a}{l}\right)$$ عندما $l > a$

$$F(l) = \frac{C}{20}\left(\frac{l}{a}\right)\left(10 - \frac{l^2}{a^2}\right)$$ عندما $l < a$

$$F(l) = \frac{C}{20}\left(20 - 15\frac{a}{l} + 4\frac{a^2}{l^2}\right)$$ زعندما $l > a$

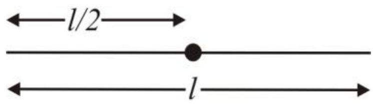
وبالتالي في مثالنا المذكور أعلاه إذا كان لدينا متباين نصفي خطي فإن تباين الامتداد Extension Variance للترتيب الوارد في شكل 4-3 يصبح:

$$\sigma^2{}_e = 2p\frac{l}{2} - p\frac{l}{3} = \frac{2}{3}pl$$

وبالنسبة لأي مشكلة بالذات فإن كل ما علينا هو أن نحدد قيمة الطول l وميل المتباين النصفي p.

دعونا نناقش الآن مثالا أكثر إثارة للاهتمام كذلك الموضح في شكل 4-4. هنا، العينة النقطية هي نقطة المنتصف في الخط (l) وغير ذلك يبقى الوضع كما كان عليه. إن الصورة النهائية لتباين عملية التقدير هي:

$$\sigma_\varepsilon{}^2 = 2\bar{\gamma}(S,A) - \bar{\gamma}(S,S) - \bar{\gamma}(A,A)$$



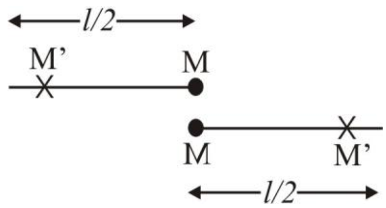
الشكل 4-4: مثال على استخدام نقطة مركزية لتقدير قيمة متوسط الخط

وأول مصطلح فيها $\bar{\gamma}(S,A)$ هو الذي تغير. وهنا بدلا من اختراع دالة مساعدة جديدة، أو بدلا من أجراء تكامل من جديد بامكاننا أن نستخدم الدالة الموجودة *X(l)* لانتاج المصطلح المطلوب. والمصطلح الذي نريده على النحو التالي:

$\bar{\gamma}(S,A)$ = متوسط قيمة المتباين النصفي بين نقطة العينة وكل نقطة على طول الخط l

= يساوي (مجموع قيم المتباين النصفي بين نقطة العينة وكل نقطة على الخط) مقسومة على الطول l

= ويساوي (مجموع قيم المتباين النصفي بين نقطة العينة وكل نقطة في الطرف الأيسر من الخط + مجموع قيم المتباين النصفي بين العينة النقطية وكل نقطة في الطرف الأيمن من الخط) مقسومة على الطول l



الشكل 4-5: تبسيط مشكلة النقطة المركزية للسماح باستخدام الدوال المساعدة.

يوضح الشكل 4-5 كيفية تقسيم الخط بحيث نضع العينة النقطية على حافتي خطين أقصر. والآن الدالة $\chi(l/2)$ سوف تعطينا متوسط جميع قيم المتباينات النصفية بين M (نقطة العينة) وM' على الطرف الأيسر للخط. عودا إلى تعريف الدالة χ يمكن أن نتبين بسهولة أن مجموع جميع قيم المتباينات النصفية بين النقطتين M', M سيكون مضروبا في الطول المأخوذ بعين الاعتبار. بذلك تكون قيمة $\bar{\gamma}=(S,A)$ تساوي:

$$\bar{\gamma}(S,A)=\frac{1}{l}\left[\frac{l}{2}\chi\left(l/2\right)+\frac{l}{2}\chi\left(l/2\right)=X(l/2)\right]$$

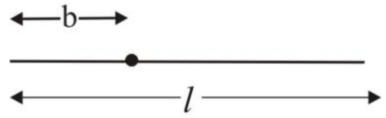
بحيث أن

$$\sigma^2{}_e=2\chi\left(l/2\right)-F(l)$$

وفي حالة خاصة فإن المستخدم لهذه الدوال يمكن أن يستعيض عن نموذجة الخاص به بالمتباين النصفي وبالتالي الدالة المساعدة المناسبة. وقبل الانتقال إلى أبعد من ذلك دعونا نقارن هذه النتيجة بالوضع السابق، حيث تقع العينة على طرف أو نهاية الخط. ففي الوضع السابق كان تباين الامتداد مساويا:

$$\sigma^2{}_e=2\chi\left(l/2\right)-F(l)$$

وحسب التعريف فإن قيمة $\chi(l)$ يجب أن تكون أكبر من (أو على الأقل مساوية لـ) $\chi(l/2)$. والنتيجة؟ إذا كنت قادرا على أخذ عينة واحدة فقط، فمن الأفضل أن تقوم بأخذها في منتصف ما أنت راغب في تقديره. أنه لمما يبعث على الاطمئنان أن نجد مبررات رياضية لحكمنا هذا Common sense.



الشكل4-6: تعميم مشكلة النقطة المركزية.

بتطبيق نفس النوع من المنطق على شكل4-7 يجب أن تكون قادرا على استنتاج أن

$$\bar{\gamma}(S,A)=\frac{1}{l}\left[(b\chi(b)+(l-b)\chi(l-b)\right]$$

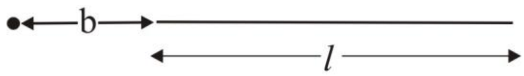
بحيث أن

$$\sigma^2{}_e=\frac{2}{l}\left[b\chi(b)+(l-b)\chi(l-b)\right]-F(l)$$

ومن النظرة الأولى يبدو الشكل 4-7 مختلفا. على أية حال دعونا نتبع نفس الطريقة ونرى إلى أين ستقود.

$\bar{\gamma}(S,A)=$ متوسط قيمة المتباين النصفي بين النقطة وجميع النقاط في الطول l

= (مجموع قيم المتباينات النصفية بين النقطة وجميع النقاط في الطول l) مقسومة على l



الشكل 4-7: تقدير مشكلة النقطة الهامشية

تقع النقطة على نهاية الخط الذي طوله $l + b$. والمصطلح $(l + b)X(l + b)$ سيعطينا مجموع قيم المتباينات النصفية بين العينة والطول $l + b$. عموما لسنا بحاجة إلى النقاط المتعلقة بـ 'M في الطول b، بالتالي يمكن طرحها على شكل $bX(b)$. أي أن

$$\bar{\gamma}(S,A)=\frac{1}{l}\left[(l+b)X(l+b)-bX(b)\right]$$

بحيث أن

$$\sigma_e^2=\frac{2}{l}\left[(l+b)X(l+b)-bX(b)\right]-F(l)$$

فعلى سبيل المثال بالنسبة للنموذج الخطي سيكون هنالك :

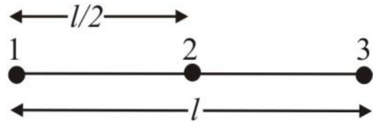
$$\sigma^2{}_e=\frac{2}{l}\left[(l+b)p\frac{(l+b)}{2}-bp\frac{b}{2}\right]-\rho\frac{l}{3}$$

$$\sigma^2{}_e=\frac{p}{l}\left(l^2+2lb+b^2-b^2\right)-p\frac{l}{3}$$

$$\sigma^2{}_e=p(l+2b)-p\frac{l}{3}$$

$$\sigma^2{}_e=\frac{2}{3}pl+2pb$$

كما يمكن أن نتوقع، واضح أن هذا أكبر من المصطلح عندما كانت النقطة على طرف الخط. هنالك مثال أخير واحد قبل أن ننتهي من الأمثلة ذات الاتجاه الواحد: الشكل 4-8 يري نفس الخط لكنه يحتوي الآن على ثلاثة عينات.



الشكل 4-8: مشكلة أكثر تعقيدا حيث تتوفر ثلاثة عينات لتقدير قيمة الخط

سوف نستخدم المتوسط الحسابي للتركيزات الثلاثة لتقدير قيمة التركيز عبر الطول l أي أن:

$$T^* = \frac{1}{3}[g_1 + g_2 + g_3]$$

من هنا فإن تباين الامتداد

$$\sigma_\varepsilon{}^2 = 2\bar{\gamma}(S,A) - \bar{\gamma}(S,S) - \bar{\gamma}(A,A)$$

حيث S تمثل مجموعة عينات ثلاثة و $\bar{\gamma}(A,A)$ باق لم يتغير ويساوي $F(l)$. حيث أن الطول (l) لم يتغير. على أية حال فإن $\bar{\gamma}(S,A)$ هو الآن متوسط قيم المتباينات النصفية بين كل من النقاط الثلاثة والخط بحيث:

$$\bar{\gamma}(S,A) = \frac{1}{3}[\bar{\gamma}(S_1,A) + \bar{\gamma}(S_2,A) + \bar{\gamma}(S_3,A)]$$

حيث S_1 تمثل العينة 1 وهكذا. والآن $\bar{\gamma}(S_1,A)$ هو ببساطة $\chi(l)$ مثل $\bar{\gamma}(S_3,A)$. والمصطلح $\bar{\gamma}(S_2,A)$ هو نفسه الموضح في شكل 4-4 وهذا يساوي $\chi(l/2)$ لذلك:

$$\bar{\gamma}(S,A = \frac{1}{3}\left(2\chi(l) + \chi(l/2)\right)$$

وبالنسبة للمصطلح الأوسط في حساب التباين $\bar{\gamma}(S,S)$ يتطلب منا أخذ كل نقطة في مجموعة العينات مع كل نقطة في مجموعة العينات وبما أن هنالك ثلاثة عينات في المجموعة لذا فإن هناك تسعة أزواج من مثل هذه النقط.

$$\bar{\gamma}(S,A)=\frac{1}{9}\begin{bmatrix}\gamma(S_1,S_1)+\gamma(S_1,S_2)+\gamma(S_1,S_3)\\+\gamma(S_2,S_1)+\gamma(S_2,S_2)+\gamma(S_2,S_3)\\+\gamma(S_3,S_1)+\gamma(S_3,S_2)+\gamma(S_3,S_3)\end{bmatrix}$$

كل مصطلح من هذه المصطلحات هو ببساطة متباين نصفي بين نقطتين وثلاثة منها تساوي بصورة اوتوماتيكية صفرا $\gamma(S_1,S_1),\gamma(S_2,S_2),\gamma(S_3,S_3)$ والمصطلحات:

$$\gamma(S_3,S_2),\gamma(S_2,S_3),\gamma(S_2,S_1),\gamma(S_1,S_2)$$

كلها مساوية لـ $\chi(l/2)$ بينما $\gamma(S_3,S_1),\gamma(S_1,S_3)$ تساوي $\gamma(l)$ وبالتالي:

$$\bar{\gamma}(S,S)=\frac{1}{9}\left[4\gamma\left(l/2\right)+2\gamma(l)\right]$$

بحيث أن

$$\sigma_e{}^2=\frac{2}{3}\left[2\chi(l)+\chi(l/2)-\frac{1}{9}\left[4\gamma(l/2)+2\gamma(l)\right]\right]-F(l)$$

وبالنسبة لنموذج خطي فإن هذا يختزل إلى:

$$\sigma_e{}^2=\frac{2}{3}\left(2\rho\frac{l}{2}+\frac{\rho\, l/2}{2}\right)-\frac{1}{9}\left(4\rho\frac{l}{2}+2\rho l\right)-\rho\frac{l}{3}$$

$$\sigma_e{}^2=\frac{2}{3}\rho l+\rho\frac{l}{6}-\frac{2}{9}\rho l-\frac{2\rho l}{9}-\frac{l}{3}\rho l$$

$$\sigma_e{}^2=\frac{\rho l}{18}$$

هذا التباين أقل من التوقعات والتقديرات الأخرى بصورة معتبرة. ويبدو ذلك منطقيا بعدد من العينات أكثر ثلاثة أضعاف.

2-4 أمثلة ثنائية الأبعاد Tow-dimensional Examples

عند عمل تقدير في اتجاهين فإن هناك مرة أخرى دوال مساعدة وهذه الدوال ما هي في الحقيقة إلا تعميمات مبنية على دوال التقدير في اتجاه واحد. وهي مبينة في شكل4-9. والدالة $\gamma(l,b)$ هي المثيل ذو الاتجاهين لـ $\gamma(l)$ وتقرأ $\gamma(l)$ ممدودة على الطول (b). وهي متوسط قيم المتباين النصفي بين جميع النقاط على الطول (b) وجميع النقاط على خط موازي له بنفس الطول. إن هذه الدالة ذات فائدة في حالة توفر معلومات من آبار متوازية أو من عينات قناتية Channel samples أو أنفاق أو غير ذلك. إن تعميم $\chi(l)$ يصبح $\chi(l,b)$ وهو متوسط المتباينات النصفية بين طول (b) (نفق أو قناة أو غير ذلك) ورقعة Panel قريبة ذات أبعاد (l,b). الدالة $F(l,b)$ للمتباينات النصفية هي $\bar{\gamma}(A,A)$التي تم تقديمها في الفصل الثالث لرقاع Panels مستطيلة. ونقدم الآن دالة جديدة $H(l,b)$ التي تخدم عملية التقدير بين وضعين مختلفين. فهي تمثل متوسط قيم المتباينات النصفية بين رقعة ونقطة في أحد زواياها. وتمثل أيضا متوسط قيم المتباينات النصفية بين طولين b وl متعامدين على بعضهما البعض. إن هذا ببساطة هو حدث رياضي.

وسوف نعطي هنا أمثلة تبين كيف نناور للوصول إلى الهدف المطلوب. الشكل 4-10 يري رقعة استخراج منجمي في أحد عروق الكاسيترايت بأبعاد 100قدم ×125قدم ونفق تطوير يمر من منتصفها موازيا لأضلاعها. والنفق التطويري يقع على بعد 25 قدم من أسفل النفق. هذا وقد تمت معاينته (أي أخذت منه عينات) بشكل مكثف بحيث يمكن أن نفترض أن متوسط القيم يمثل متوسط التركيز. ونرغب الآن في استخدام متوسط التركيز كتقدير لمتوسط التركيز في الرقعة بحيث أن:

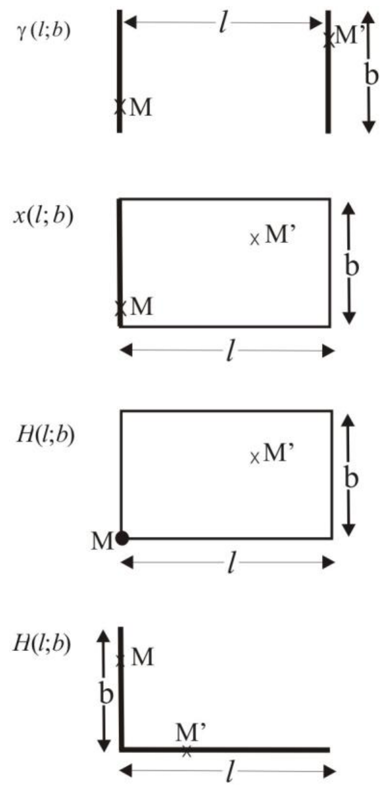
T = متوسط التركيزفي الرقعة

A = الرقعة ذات الأبعاد 100قدم ×125قدم

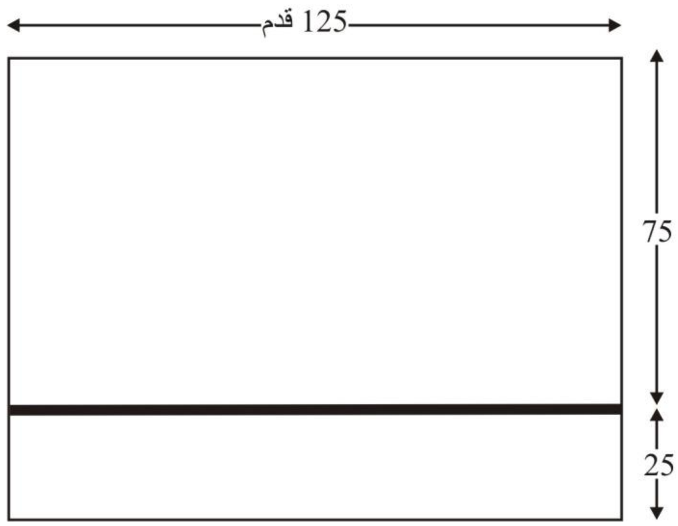
= متوسط التركيز للنفق

S = T* نفق ذو طول مقداره 125 قدم

$$\sigma_{\varepsilon}^{2} = 2\bar{\gamma}(S,A) - \bar{\gamma}(S,S) - \bar{\gamma}(A,A)$$



الشكل 4-9: الدوال المساعدة الثنائية الابعاد.



الشكل 4-10: تقدير متوسط الرقعة من متوسط النفق.

و$\bar{\gamma}(A,A)$ هو متباين نصفي متوسط بين كل نقطة في الرقعة A وكل نقطة في الرقعة A (بين كل نقطة ومثيلتها في الرقعة A) وهذا هو تعريف الدالة ذات الاتجاهين $F(l,b)$. من هنا إذا كان لدينا نموذج متباين نصفي فإننا نستطيع تقدير هذه الدالة.

دعونا نفترض أن المتباين النصفي في المثال السابق يتبع نموذجا كرويا بمدى تأثير قيمته 80 قدم وعتبة مقدارها 450 (باوند/طن)^2. الجدول 3-10 المعطى في الفصل الثالث من هذا الكتاب للدالة $F(l,b)$ هو لنموذج كروي معاير بمدى تأثير = 1 وعتبة = 1. ونحن نريد $F(125,100)$ لنموذج بمدى تأثير = 80 وعتبة = 450. لذا نقوم بقسمة الأبعاد b و l على المدى 80 بهذا نحصل على $F\left(\frac{125}{80},\frac{100}{80}\right)$ أو $F(1.54,1.2)$ لمدى مقداره 1 وعتبة مقدارها 450 من الجدول نبحث عن $F(1.54,1.2)$ فنجدها = 0.7807 لعتبة مقدارها 1. لذا إذا كانت C = 450 فإن قيمة F يجب أن تساوي 450×0.7807 = 351.3(باوند/طن)^2. إن هذه القيمة تساوي $\bar{\gamma}(A,A)$.

دعوناالآن نأخذ بعين الاعتبار المصطلح $\bar{\gamma}(S,S)$. فعينتنا هي خط بطول 125قدم و $\bar{\gamma}(S,S)$ هو متوسط قيم المتباينات النصفية بين أي نقطة في الخط وأي نقطة في الخط أي الدالة ذات الاتجاه الواحد $F(l)$. وبالنسبة للنموذج الكروي حيث الطول أكبر من مدى التأثير فإننا نعلم أن:

$$F(l)=\frac{C}{20}\left(20-15\frac{a}{l}+4\frac{a^2}{l^2}\right)$$

بالتعويض عن القيم l = 125 قدم و a = 80 قدم و C = 450 (باوند/طن)2 في المعادلة السابقة ينتج أن $F(125)$ = 270.9 (باوند/طن)^2 وهذه هي قيمة$\bar{\gamma}(S,S)$.

أخيرا يجب أن نعود إلى$\bar{\gamma}(S,A)$ والذي يمثل مشكلة، حيث أن الدالة المساعدة $\chi(l,b)$ هي نقط للحالات التي يكون فيها الخط على أحد حواف الرقعة. لذا يجب أن نوظف نفس نوع المناورة كما سبق:

$\bar{\gamma}(S,A)$ = متوسط قيم المتباين النصفي بين الخط والرقعة (100×125)

= (مجموع قيم المتباين-النصفي بين الخط والرقعة)\100× 125

= (مجموع قيم المتباين النصفي من الخط والنقط في الرقعة العلوية + مجموع قيم المتباين النصفي بين الخط والنقط في الرقعة السفلي\ 100× 125

على أية حال، متوسط قيم المتباين النصفي بين الخط والرقعة العلوية (124×75) يعطي بـ $\chi(75,125)$ بحيث أن مجموع قيم المتباين النصفي بين الخط وأي نقطة في الرقعة العلوية سيكون $\chi(75,125)\times 125\times 75$. بنفس الطريقة مجموع قيم المتباين النصفي بين الخط وأي نقطة في الرقعة السفلية (125×25) سوف يعطي بـ $\chi(25,125)\times 125\times 25$. من هنا:

$$\bar{\gamma}(S,A) = \left[75x125X(75{,}125) + 25x125X(25{,}125)\right]/(100x125)$$
$$\cdots\cdots\cdots = \frac{3}{4}X(75{,}125) + \frac{1}{4}X(25{,}125)$$

الجدول 4-2 يري قيم الدالة المساعدة $\chi(l,b)$ لنموذج كروي معاير ذو مدى تأثير $a = 1$ وعتبة $C = 1$. إن هذا الجدول يستخدم بنفس الطريقة التي نستخدم بها الدالة $F(l,b)$. يجب أن نتذكر أن الترتيب مهم فقيمة X (25,125) تختلف تماما عن قيمة X (125,25) وبمعايرة قياسات الرقعة نحصل على القيمة $X(0.94,1.54)$ و $X(0.31,1.54)$. ومن الاستقراء الخط Linear, interpolation من الجدول نحصت على القيم 0.8196 و 0.6538 على التوالي. الضرب في عتبة مقدارها 450 (باوند/طن)^2 يعطي 368.8(باوند/طن)^2 و 294.2(باوند/طن)^2 على التوالي. بالتعويض عن هذه القيم في معادلة

$$\bar{\gamma}(S,A) = \frac{3}{4}\chi(75{,}125) + \frac{1}{4}\chi(25{,}125)$$

يعطي القيمة 350.2(باوند/طن)^2.

بعد أن قيمنا جميع المصطلحات كل على حدة يمكننا حساب تباين الامتداد للترتيب المعبر عنه في شكل 4-10بحيث يصبح :

$$\sigma_e^{\,2} = (2\times 350.2) - 351.3 - 70.9 = 78.2(Ib/ton)^2$$

هذا يعطي انحراف معياري أو ما يسمى "خطأ معياري" قيمته 8.8 (باوند/طن)^2 لتقدير التركيز في الرقعة. إذا افترضنا توزعا طبيعيا للأخطاء فإننا نكون متأكدين بدرجة 95% إن التركيز الحقيقي للرقعة بين $T^*\pm 2\sigma_e$ أي $T^*\pm 17.6$. إن هذا الخطأ المعياري يمكن أن يكون صحيحا لأي رقعة لها نفس ترتيب المعاينة في أي مكان ما من التوضع، حيث أن التباين التقديري لا يعتمد على التركيز الفعلي دائما بل على الموقع الهندسي للعينة والرقعة.

وكمثال ثاني لنأخذ بعين الاعتبار توضع نيكل منبث في المراحل النهائية منالتطوير. اعتمادا على مستوى تحت سطحي معين فإن لدينا قطاع ذو أبعاد 40×30 قدم يتوجب تقدير قيم التركيز فيه. فإذا ما أخذنا بعين الاعتبار مستوى واحد فقط فإن لدينا مشكلة ذات اتجاهين (أي يتحول القطاع إلى رقعة). افترض أن الرقعة هذه قد تمت معاينتها على طولين والمعلومات المتوفرة تتشكل من (i) متوسط التركيز على نفق طوله 40مترا g_1 و (ii) متوسط التركيز على نفق طوله 30مترا (g_2). افترض أننا نستخدم متوسط هذين التركيزين لتقدير قيمة التركيز للرقعة (40×30). فإن

T = متوسط التركيزللرقعة

A = (40×30) الرقعة

$T^* = 1/2(g_1+g_2)$

S = نفق 30 م ونفق 40م

وبالنسبة لهذا التوضع بالذات فإن لدينا متباين نصفي كروي بمدى تأثير مقداره 60 مترا وعتبة مقدارها 0.75 $(\%)^2$ وظاهرة تشذر مقدارها 0.10 $(\%)^2$. هذا يعني انحراف معياري مقداره 0.92(%) بالنسبة للتوزع النقطي. تباين الامتداد كالعادة يعطي بالقيمة

$$\sigma_\varepsilon{}^2 = 2\bar{\gamma}(S, A) - \bar{\gamma}(S, S) - \bar{\gamma}(A, A)$$

الجدول 4-2: الدالة المساعدة $X(L,B)$ للنموذج الكروي بمدى 1 وعتبة 1.

					B					
L	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
.10	.098	.136	.178	.222	.266	.309	.350	.390	.428	.464
.20	.164	.194	.229	.268	.307	.346	.385	.422	.458	.491
.30	.233	.257	.288	.321	.356	.392	.427	.462	.495	.526
.40	.302	.322	.348	.378	.409	.441	.474	.505	.535	.564
.50	.368	.385	.408	.434	.462	.492	.521	.550	.577	.603
.60	.430	.445	.466	.489	.515	.541	.568	.594	.619	.642
.70	.488	.502	.520	.541	.564	.588	.612	.636	.658	.680
.80	.542	.554	.570	.589	.610	.631	.653	.674	.695	.714
.90	.589	.600	.614	.632	.650	.670	.689	.708	.727	.744
1.00	.629	.639	.653	.668	.685	.703	.720	.737	.754	.769
1.20	.691	.699	.711	.723	.737	.752	.767	.781	.795	.808
1.40	.735	.742	.752	.763	.775	.788	.800	.812	.824	.835
1.60	.768	.775	.783	.793	.803	.814	.825	.836	.846	.856
1.80	.794	.800	.807	.816	.825	.835	.845	.854	.863	.872
2.00	.815	.820	.826	.834	.842	.851	.860	.869	.877	.885
2.50	.852	.856	.861	.867	.874	.881	.888	.895	.902	.908
3.00	.876	.880	.884	.889	.895	.901	.907	.912	.918	.923
3.50	.894	.897	.901	.905	.910	.915	.920	.925	.930	.934
4.00	.907	.910	.913	.917	.921	.926	.930	.934	.938	.942
5.00	.926	.928	.931	.934	.937	.941	.944	.947	.951	.954
					B					
L	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0
.10	.526	.577	.619	.653	.683	.738	.777	.807	.829	.861
.20	.550	.598	.638	.671	.698	.751	.788	.816	.837	.868
.30	.580	.625	.662	.693	.719	.768	.803	.828	.848	.877
.40	.614	.655	.689	.718	.741	.787	.819	.842	.861	.887
.50	.649	.687	.718	.743	.765	.806	.835	.857	.873	.897
.60	.684	.718	.746	.769	.788	.825	.852	.871	.886	.907
.70	.717	.747	.772	.793	.811	.844	.867	.885	.898	.917
.80	.747	.774	.797	.815	.831	.861	.881	.897	.909	.926
.90	.774	.798	.818	.835	.849	.875	.894	.908	.919	.934
1.00	.796	.818	.836	.851	.864	.888	.905	.917	.927	.941
1.20	.830	.848	.864	.876	.886	.906	.920	.931	.939	.950
1.40	.854	.870	.883	.894	.903	.920	.932	.941	.948	.958
1.60	.873	.886	.898	.907	.915	.930	.940	.948	.954	.963
1.80	.887	.899	.909	.917	.924	.938	.947	.954	.959	.967
2.00	.898	.909	.918	.926	.932	.944	.952	.959	.963	.970
2.50	.918	.927	.934	.940	.946	.955	.962	.967	.971	.976
3.00	.932	.939	.945	.950	.955	.963	.968	.972	.976	.980
3.50	.942	.948	.953	.957	.961	.968	.973	.976	.979	.983
4.00	.949	.955	.959	.963	.966	.972	.976	.979	.982	.985
5.00	.959	.964	.967	.970	.973	.978	.981	.983	.985	.988

كما سبق $\bar{\gamma}(A,A)$ هي الدالة الثنائية الاتجاهات $F(l,b)$، ولكن لدينا الآن مركبتين لنعين قيمة هذا المصطلح. بامكاننا أن نحسب الـ $F(40,30)$ للجزء الكروي من النموذج وبمدى تأثير مقداره $a = 60$ مترا وعتبة مقدارها $0.75\ (\%)^2$ وهذا يساوي $0.75 \times 0.4336 = 0.325\ (\%)^2$، وإلى هذه القيمة يجب أن نضيف ظاهرة التشذر $0.10(\%)^2$ بحيث تصبح قيمة

$$\bar{\gamma}(A,A) = 0.425(\%)2$$

الآن القيمة المتوسطة للمتباين النصفي بين كل عينة وكل عينة تحتوي على أربعة مصطلحات يجب أخذ متوسطها على سبيل المثال:

$$\bar{\gamma}(S,S) = \frac{1}{4}\left[\bar{\gamma}(drive_1, drive_1) + \bar{\gamma}(drive_1, drive_2) + \bar{\gamma}(drive_2, drive_1) + \bar{\gamma}(drive_2, drive_2)\right]$$

بصورة عامة، من الأسهل النظر إلى كل مصطلح على حدة ومن ثم جمعها للحصول على الجواب النهائي. المصطلح الأول $\bar{\gamma}(drive_1, drive_1)$ ، هو المتباين-النصفي الوسطي بين جميع النقط على طول نفق يساوي 40مترا. بمعنى $F(40)$. وبالنسبة لنموذج كروي وعندما يكون طول الخط (l) أقصر من مدى التأثير (a) فإن $F(l)$ تعطي بالمعادلة التالية:

$$F(l) = \frac{C}{20}\frac{l}{a}\left(10 - \frac{12}{a^2}\right)$$

بالتعويض عن $l = 40$، $a = 60$، و $C = 0.75(\%)^2$ يعطي قيمة $0.239(\%)^2$. مضافا إلى ذلك ظاهرة التشذر ينتج أن قيمة المصطلح الأول $\bar{\gamma}(drive_1, drive_1) = 0.339(\%)^2$. بطريقة مماثلة: $\bar{\gamma}(drive_2, drive_2) = 0.283(\%)^2$. والمصطلحين $\bar{\gamma}(drive_1, drive_2)$ والمصطلح $\bar{\gamma}(drive_2, drive_1)$ متشابهان وثم تعريفهما على أنهما الدالة المساعدة $H(l,b)$. باستخدام الجدول 4-3 للدالة $H(l,b)$ على غرار استخدام الجداول الأخرى وباضافة ظاهرة التشذر نحصل على:

$$\bar{\gamma} = (drive_1, dirve_2) = 0.6086 \times 0.75 + 0.10(\%)^2 = 0.556(\%)^2$$

وباضافة جميع المصطلحات إلى بعضها البعض نجد أن $\bar{\gamma}(S,S) = 0.428(\%)^2$. أخيرا من أجل حساب تباين التقدير يلزمنا المصطلح $\bar{\gamma}(S,A)$. وهذا هو قيمة المتباين النصفي المتوسط بين كل عينة والرقعة بحيث أن :

الجدول 4-3: الدالة المساعدة H(L,B) لنموذج كروي بمدى 1 وعتبة 1.

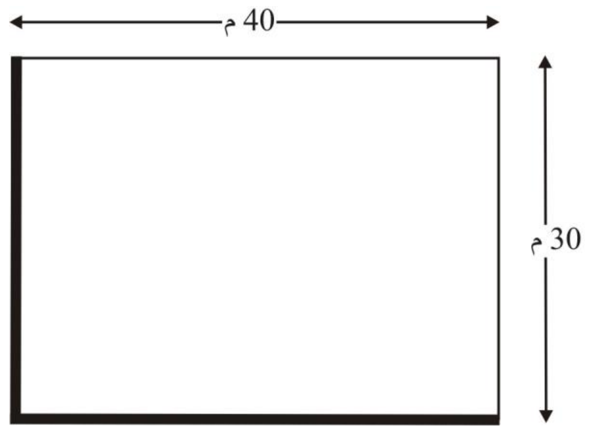
	B									
L	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	.10
.10	.114	.177	.243	.310	.374	.436	.494	.546	.593	.633
.20	.177	.227	.285	.346	.406	.464	.518	.568	.613	.651
.30	.243	.285	.336	.390	.445	.499	.550	.597	.639	.674
.40	.310	.346	.390	.439	.489	.539	.586	.629	.668	.701
.50	.374	.406	.445	.489	.535	.580	.623	.663	.698	.728
.60	.436	.464	.499	.539	.580	.621	.660	.697	.728	.755
.70	.494	.518	.550	.586	.623	.660	.696	.729	.757	.781
.80	.546	.568	.597	.629	.663	.697	.729	.758	.783	.805
.90	.593	.613	.639	.668	.698	.728	.757	.783	.806	.826
1.00	.633	.651	.674	.701	.728	.755	.781	.805	.826	.843
1.20	.694	.709	.729	.751	.774	.796	.818	.837	.855	.869
1.40	.738	.751	.767	.786	.806	.825	.844	.861	.875	.888
1.60	.771	.782	.797	.813	.830	.847	.863	.878	.891	.902
1.80	.796	.806	.819	.834	.849	.864	.879	.892	.903	.913
2.00	.817	.826	.837	.850	.864	.878	.891	.902	.913	.921
2.50	.853	.860	.870	.880	.891	.902	.913	.922	.930	.937
3.00	.878	.884	.891	.900	.909	.918	.927	.935	.942	.948
3.50	.895	.900	.907	.914	.922	.930	.938	.944	.950	.955
4.00	.908	.913	.919	.925	.932	.939	.945	.951	.956	.961
5.00	.927	.930	.935	.940	.946	.951	.956	.961	.965	.969
	B									
L	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0
.10	.694	.738	.771	.796	.817	.853	.878	.895	.908	.927
.20	.709	.751	.782	.806	.826	.860	.884	.900	.913	.930
.30	.729	.767	.797	.819	.837	.870	.891	.907	.919	.935
.40	.751	.786	.813	.834	.850	.880	.900	.914	.925	.940
.50	.774	.806	.830	.849	.864	.891	.909	.922	.932	.946
.60	.796	.825	.847	.864	.878	.902	.918	.930	.939	.951
.70	.818	.844	.863	.879	.891	.913	.927	.938	.945	.956
.80	.837	.861	.878	.892	.902	.922	.935	.944	.951	.961
.90	.855	.875	.891	.903	.913	.930	.942	.950	.956	.965
1.00	.869	.888	.902	.913	.921	.937	.948	.955	.961	.969
1.20	.891	.907	.918	.927	.935	.948	.956	.963	.967	.974
1.40	.907	.920	.930	.938	.944	.955	.963	.968	.972	.978
1.60	.918	.930	.939	.945	.951	.961	.967	.972	.975	.980
1.80	.927	.938	.945	.952	.956	.965	.971	.975	.978	.983
2.00	.935	.944	.951	.956	.961	.969	.974	.978	.980	.984
2.50	.948	.955	.961	.965	.969	.975	.979	.982	.984	.987
3.00	.956	.963	.967	.971	.974	.979	.983	.985	.987	.990
3.50	.963	.968	.972	.975	.978	.982	.985	.987	.989	.991
4.00	.967	.972	.975	.978	.980	.984	.987	.989	.990	.992
5.00	.974	.978	.980	.983	.984	.987	.990	.991	.992	.994

$$\bar{\gamma}(S,A)=\frac{1}{2}\left[\bar{\gamma}(drive_1,A)+\bar{\gamma}(drive_2,A)\right]$$
$$\bar{\gamma}(S,A)=\frac{1}{2}\left[\chi_{(30,40)}+\chi_{(40,30)}\right]$$
$$\bar{\gamma}(S,A)=\frac{1}{2}\left[(0.5112\times 0.75+0.10)+(0.5447\times 0.75+0.10)\right]$$
$$\bar{\gamma}(S,A)=0.497(\%)^2$$

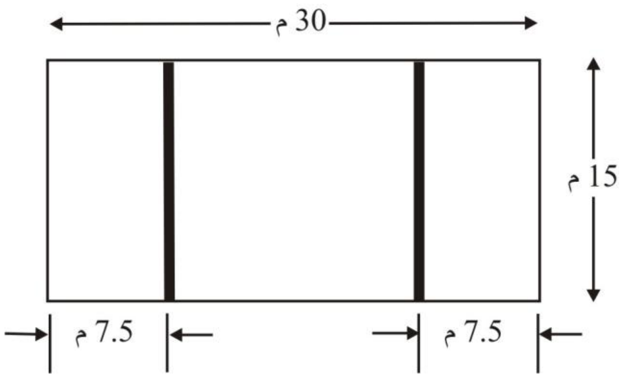
من هنا فإن لتباين الامتداد للمشكلة الموضحة في شكل 4-11 يساوي:

$$\sigma^2{}_e=(2\times 0.497)-0.428-0.425=0.141(\%)^2$$

وهذا يعطي خطأ معياري لتقدير قيمة التركيز في الرقعة مقداره 0.376(%) نيكل.



الشكل 4-11: تقدير متوسط الرقعة من متوسطات نفقين.



الشكل 4-12: تقدير متوسط الرقعة من متوسط نفقين رأسيين Raises.

المثال الثالث يبينه الشكل 4-12، في هذه المرة الفلز زنك (Zn)، والمتباين النصفي كروي وبمدى تأثير مقداره 20 مترا وعتبة مقدارها 49 $(\%)^2$ والقيمة المطلوب تقديرها هي متوسط التركيز لرقعة أبعادها 30×15 والمعلومات المتوفرة هي متوسط التركيز لنفقين في داخل الرقعة

وكل نفق مأخوذ على بعد 7.5 متر من حافة الرقعة. باختصار فإن حساب تباين الامتداد يتم على النحو التالي:

T = متوسط التركيز للرقعة

a = رقعة بأبعاد 30×15مترا

$T^* = 1/2(g_1 + g_2)$

$S = raise_1, raise_2$

$$\sigma_{\varepsilon}^{2} = 2\bar{\gamma}(S, A) - \bar{\gamma}(S, S) - \bar{\gamma}(A, A)$$

المصطلح $\bar{\gamma}(A, A)$ يساوي F(30,15) عندما a = 20 ، و C = 49 $(\%)^2$ ويساوي 0.7021×49 =34.4$(\%)^2$ والمصطلح $\bar{\gamma}(S, S)$ يساوي

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{4}\left[\bar{\gamma}(raise_1, raise_1) + \bar{\gamma}(raise_1, raise_2) +)\bar{\gamma}(raise_2, raise_1) + \bar{\gamma}(raise_2, raise_2)\right] \\
&= \frac{1}{4}\left[F(15) + \gamma(15,15) + \gamma(15,15)F(15)\right] \\
&= \frac{1}{4}\left[(17.34 + 46.02 + 46.02 + 17.34\right] \\
&= 31.7(\%)^2
\end{aligned}$$

الدالة *γ(l,b)* معطاة بالنسبة لنموذج كروي عياري في الجدول 4-4 في الصفحة التالية. وآخر مصطلح يجب تقديره هو المصطلح:

$$\bar{\gamma}(S, A) = \frac{1}{2}\left[\bar{\gamma}(raise_1, A) + \bar{\gamma}(rais_2, A)\right]$$

بما أن المخطط (Setup) متماثل و $\bar{\gamma}(raise_1, A) = \bar{\gamma}(raise_2, A)$ يصبح$\bar{\gamma}(S, A)$ مساو لـ:

$$\begin{aligned}
\bar{\gamma}(S, A) \quad &= 1/30x15\left[7.5 \times 15 \times \chi(7.5,15) + 22.5 \times 15 \times \chi(22.5,15)\right] \\
&= \frac{1}{4}\chi(7.5,15) + \frac{3}{4}\chi(22.5,15) \\
&= \frac{1}{4} \times 23.4 + \frac{3}{4} \times 37.1 \\
&= 33.7(\%)^2
\end{aligned}$$

وهذا يعطي تباين امتداد مقداره

$$\sigma^2 = (2\times 33.7) - 31.7 - 34.4 = 1.3(\%)^2$$

هذا يعطي انحراف معياري للتقدير مقداره Zn%1.14. من هنا فإنه على الرغم من أن الانحراف المعياري للعينات النقطية يساوي Zn%7 ، فإن عينتين في الرقعة تنتجان انحراف معياري يساوي سدس هذه القيمة تقريبا.

مثال أخير مختصر: تم استكتشاف توضع نحاس بورفيري باستخدام آبار عمودية. من أجل تبسيط المشكلة كل مصطبة (Bench) من الخام اعتبرت كمستوي. وتقاطعات الآبار مع المستويات كنقط. خذ قطعة نموذجية أبعادها 25×25 متر وبئر يمر من خلالها كما هو موضح في شكل (4-13). افترض أننا قمنا بمد قيمة البئر الذي يقطع القطعة (المصطبة) على القطعة كلها. إذا سيكون:

$T =$ متوسط التركيز للقطعة

$A =$ رقعة مربعة طول ضلعها 25مترا

$T^* =$ متوسط التركيز عند التقاطع

$S =$ تقاطع البئر مع الرقعة

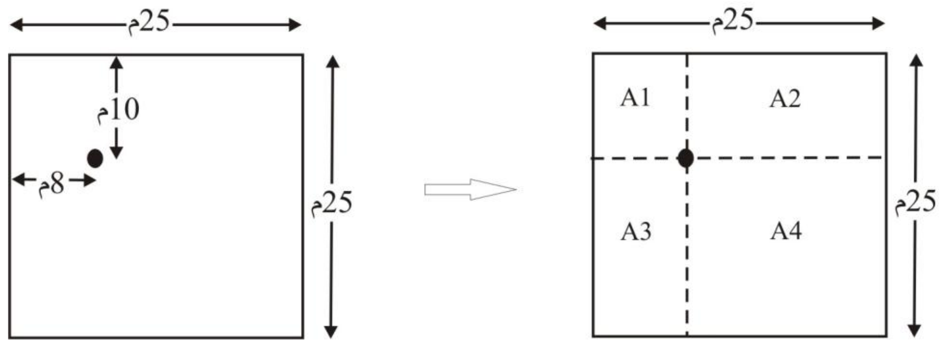
بالتالي:

$$\sigma_e^2 = 2\bar{\gamma}(S,A) - \bar{\gamma}(S,S) - \bar{\gamma}(A,A)$$

الجدول 4-4: الدالة المساعدة $\gamma(L,B)$ للنموذج الكروي بمدى تأثير 1 وعتبة 1.

					B					
L	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
.05	.094	.132	.175	.219	.263	.306	.348	.388	.426	.461
.10	.161	.188	.223	.261	.300	.340	.379	.416	.452	.486
.15	.231	.252	.280	.312	.347	.383	.419	.453	.486	.518
.20	.302	.318	.341	.369	.400	.432	.464	.495	.526	.555
.25	.372	.385	.404	.428	.455	.483	.512	.541	.568	.594
.30	.440	.451	.467	.488	.511	.536	.562	.588	.613	.636
.35	.507	.516	.529	.547	.568	.590	.612	.635	.657	.678
.40	.571	.578	.590	.605	.623	.642	.662	.683	.702	.721
.45	.632	.638	.648	.661	.677	.693	.711	.729	.746	.762
.50	.689	.695	.703	.715	.728	.742	.758	.773	.787	.801
.55	.743	.748	.755	.765	.776	.789	.802	.814	.827	.838
.60	.793	.797	.803	.811	.821	.831	.842	.853	.863	.872
.65	.839	.842	.847	.854	.862	.870	.879	.888	.896	.903
.70	.879	.882	.886	.892	.898	.905	.912	.919	.925	.930
.75	.915	.917	.920	.925	.930	.935	.940	.945	.949	.953
.80	.945	.946	.949	.952	.956	.960	.963	.966	.969	.971
.85	.968	.970	.971	.974	.976	.978	.981	.982	.984	.985
.90	.986	.987	.988	.989	.990	.991	.992	.993	.994	.994
.95	.996	.997	.997	.998	.998	.998	.998	.999	.999	.999
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

					B					
L	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0
.05	.524	.575	.617	.652	.681	.737	.777	.806	.828	.861
.10	.545	.594	.634	.667	.695	.748	.786	.814	.836	.867
.15	.573	.619	.656	.687	.714	.764	.799	.825	.846	.875
.20	.605	.648	.682	.711	.735	.782	.814	.838	.857	.884
.25	.641	.679	.711	.737	.759	.801	.831	.853	.870	.894
.30	.678	.712	.741	.764	.784	.822	.848	.868	.883	.905
.35	.715	.746	.771	.792	.809	.843	.866	.884	.897	.917
.40	.753	.780	.801	.820	.835	.864	.884	.899	.911	.928
.45	.790	.812	.831	.847	.860	.884	.902	.915	.924	.939
.50	.825	.844	.860	.872	.883	.904	.918	.929	.937	.949
.55	.858	.873	.886	.897	.906	.922	.934	.943	.949	.959
.60	.888	.901	.911	.919	.926	.939	.948	.955	.960	.968
.65	.915	.925	.933	.939	.944	.954	.961	.966	.970	.976
.70	.939	.946	.952	.956	.960	.967	.972	.976	.979	.983
.75	.959	.964	.968	.971	.974	.978	.982	.984	.986	.989
.80	.975	.978	.981	.983	.984	.987	.989	.991	.992	.993
.85	.987	.989	.990	.991	.992	.993	.994	.995	.996	.997
.90	.995	.996	.996	.997	.997	.997	.998	.998	.998	.999
.95	.999	.999	.999	.999	.999	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00



الجدول 4-13:تقدير متوسط الرقعة من عينة نقطية

من تجارب سابقة نعلم أن المتباين النصفي له شكل كروي ومدى تأثير مقداره 90مترا وعتبة C=0.6(%)^2 Cu. $\bar{\gamma}(A,A)$ هي دالة $F(25,25)$ يمكن حساب قيمتها على أنها تساوي: 0.2145×0.6=0.129(%)^2 Cu. والمصطلح $\bar{\gamma}(S,A)=$ صفر حيث أن العينة هي نقطة. والمصطلح $\bar{\gamma}(S,S)$ يجب أن يحسب بما هو معروف من مناورة على النحو التالي:

$\bar{\gamma}(S,A) = \bar{\gamma}(point, panel)$

(مجموع قيم المتباين النصفي بين العينة وجميع النقط في الرقعة) مقسوم على (25×25)=

(مجموع قيم المتباين النصفي بين العينة وجميع النقط في رقعة A1+ بين العينة وجميع النقط في رقعة A2 + بين العينة وجميع النقط في رقعة A3 + بين العينة وجميع النقط في رقعة A4) مقسوم على (25×25)

= [8x10xH (8, 10) + 17x10x H (17, 10)

+ 8x15x H (8, 15) +17x15xH (17, 15)]/25x25

= (80x0.0703+170x0.1053 +120x0.0915+255x0.1248/(25x25)

= 0.106 $(Cu)^2$

بهذا تصبح قيمة تباين الامتداد أخيرا:

$$\sigma_e^2 = (2x0.106) - 0.000 - 0.129 = 0.083(\%Cu)^2$$

بهذا يكون الخطأ المعياري للتقدير يساوي 0.288 Cu%. نفس التمرين يمكن تكراره لعينة خارج الرقعة باستخدام نفس المنطق المتبع لحل المشكلة ذات الاتجاه الواحد الموضحة في شكل 4-7.

3-4 ملخص أهم النقاط

1- عندما يتم عمل تقدير يرتكب خطأ ما.
2- مقدارالخطأ تمليه بنائية ونوع التوضع والمعدن نفسه، حيث يمكن أن يكون لأكثر من معدن بنائيات مختلفة في نفس التوضع.
3- يمكن على سبيل الاحتمال وصف البنائية لنموذج متباين نصفي في حالة غياب توجه على المستوى المحلي.
4- يمكن حساب تباين خطأ التقدير إذا علم نموذج المتباين النصفي. لقد تم تزويد جداول للنموذج الكروي وهذه يمكن استخدامها كتقريبات للنموذج الخطي.
5- إذا استخدمنا التقدير ذو النوع الامتدادي ومتوسط العينات الحسابي فإن تباين الامتداد يمكن كتابته على النحو التالي:

$$\sigma_{\varepsilon}^{2} = 2\bar{\gamma}(S,A) - \bar{\gamma}(S,S) - \bar{\gamma}(A,A)$$

بمعنى أن مصداقية التقدير تعتمد على ثلاث كميات هي: علاقات العينات مع المساحة المراد اجراء التقدير لها، والعلاقات بين العينات نفسها، والتغيرات في التركيز في المساحة المراد تقديرها.

4-4 بعض المشكلات الأكثر تعقيدا

دعونا نعود إلى المشكلة الأصيلة المعروضة في شكل 4-1 وشكل 4-2. فقد بينا أننا إذا استخدمنا تركيزالعينة 1 لتقدير قيمة التركيز عند النقطة (A)، فإننا نحصل على خطأ معياري قيمته 25.4 ppm. ثم قدمنا مشكلة تقدير قيمة التركيز لرقعة مساحتها 60×30 قدم ومركزها (A). هذا وبعد مناقشتنا للمسائل السابقة فإنه من السهل علينا حساب الخطأ المعياري الامتدادي وايجاد أن قيمتة تساوي 19.2 ppm. حيث [$\bar{\gamma}(S,A)$ = 356، $\bar{\gamma}(A,A)$ =344، $\bar{\gamma}(S,S)$ =0]، عندما نقدر قيمة متوسط تركيز الرقعة من العينة النقطية 1 فإن هذا أكثر من 20% بقليل أقل من القيمة التي نحصل عليها عند محاولة تقدير النقطة المركزية. والنتيجة الحقيقية هي بمنتهى البساطة أنه من السهل بمكان تقدير متوسط التركيز لقطاع من تقدير قيمة التركيز في نقطة معنية. الآن إذا ما أخذ بعين الاعتبار متوسط التركيز الحسابي للعينات النقطة الخمسة، فإننا نحصل على:

$T =$ متوسط ركاز الرقعة

$A =$ رقعة بأبعاد 30×60 قدم

$T^* =$ ppm 366 متوسط العينات النقطية

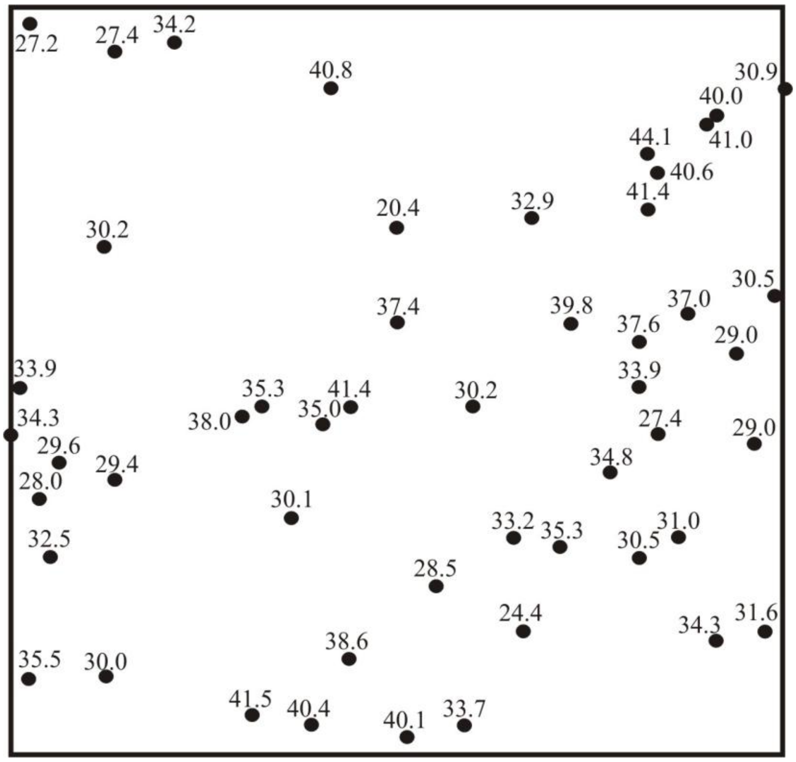
$S =$ خمسة عينات نقطية في مواقع محددة

إذا استخدمنا هذا التقدير لتوقع قيمة النقطة المركزية للقطاع، فإن الانحراف العياري الامتدادي يساوي 21.8 ppm. على أية حال إذا عملنا تقدير للرقعة فإن قيمة الانحراف المعياري الامتدادي تختزل إلى 12.8 ppm. لاحظ أن كلا من هذه الأرقام أقل من حالة اعتبار العينة (1). سيبدو أنه على الرغم من أن العينات الأخرى بعيدة أكثر عن منتصف القطاع، إلا أنها تساهم بمعلومات وفيرة عن تركيز القطاع.

لإنهاء هذا الفصل، نقدم مثالا ذو مقياس أكبر قليلا يمارس من خلاله القارئ المعلومات الجديدة التي حصل عليها. والمثال هذا لتوضع وهمي معروف متباينه النصفي وقيمة كل نقطة فيه. هذا يمكننا من مقارنة التقديرات المعمولة مع القيمة الفعلية. وهذا وضع نادرا في عالم الواقع. إنه يساعدنا أيضا في انتاج مجموعة من العينات بأي نموذج معاينة يمكن اقتراحه. والتوضع الذي تم تخيله هو لخام حديد رسوبي ذو تركيز منخفض بمتوسط 35% حديد وانحراف معياري 5% حديد، ومدى تأثير 100 متر وعتبة مقدارها على ما يبدو $25(\%)^2$ حديد. المتباين النصفي (مرة أخرى) كروي ولا يري ظاهرة تشذر. والمساحة التي يغطيها 400م^2 مأخوذة منها 50 عينة عشوائية. مواقع وقيم هذه العينات يريها الشكل 4-14 والجدول4-5. والتقدير المبدئي في مرحلة الجدوى الاقتصادية يجب أن يعمل لقطاعات أبعادها 50×50م. لهذا المثال الأولى أعطى كل قطاع متوسط التركيز لجميع العينات التي تقع بداخله وبالنسبة للعينات التي تقع على الحافة حسبت لكلا القطاعين. الشكل 4-15 يري القيمة المقدرة لكل قطاع. والقطاعات التي لا يوجد بداخلها عينات تم تظليلها. والرقم العلوي في كل قطاع هو التقديرT^* والرقم السفلي هو الانحراف المعياري الامتدادي. بما أن هذا التوضع يري توزعا طبيعيا فإن حدود الثقة بدرجة 95% يمكن أن تعطي تقريبا بـ $T^* \pm 2\sigma_e$. للمقارنة المتوسط الفعلي لكل قطاع معطى في شكل4-16. يمكن أن نري أنه في الـ 37 قطاع المقدرة تقع القيم في مدى الثقة على مستوى 95%. أربعة أو خمسة قطاعات فقط تقع بالكاد خارج حدود الثقة وأن ثلاثة أو أربعة قيم تقع فعلا خارج حدود الثقة. هذا أكثر بقليل مما كان متوقعا حيث أننا نتوقع قطاعين فقط أن يكونا و قيم خارج حدود مستوى الثقة 95%. على أية حال إذا اعتبرنا مستوى الثقة 99% بحيث تصبح حدود الثقة

$T^*\pm 3\sigma_e$ فإن قطاعا واحدا فقط يقع خارج حدود الثقة هذه، ألا وهو القطاع الواقع في الزاوية الجنوبية الغربية.

للمقارنة، الشكل 4-17 يري مجموعة من العينات أخذت على شبكة متساوية منتظمة من الخام نفسه. في هذه الحالة كل قطعة أبعادها 50 x 50 لها عينتين على زاويتين متقابلتين. باستخدام متوسط هاتين العينتين لتقدير نتائج القطاعات ينتج انحراف معياري امتدادي قيمته 2.5 *Fe %*. الشكل 4-18 يبين القيمة المقدرة في كل قطاع. يمكن أن يري أيضا هنا أنه على الرغم أن خمسة أو ستة قطاعات تقع خارج حدود الثقة على مستوى 95% فإنه لا يوجد قطاع تنحرف قيمتة معياريا عن 2.25 . بعدا أن استنفذنا جميع احتمالات الامتداد في ظروف مثالية دعونا ننتقل الآن إلى وضع أكثر أهمية.



الشكل 4-14: مجموعة من العينات العشوائية مأخوذة من توضع خام حديد وهمي.

الجدول 4-5: عينات عشوائية مأخوذة من مثال توضع خام حديد وهمي.

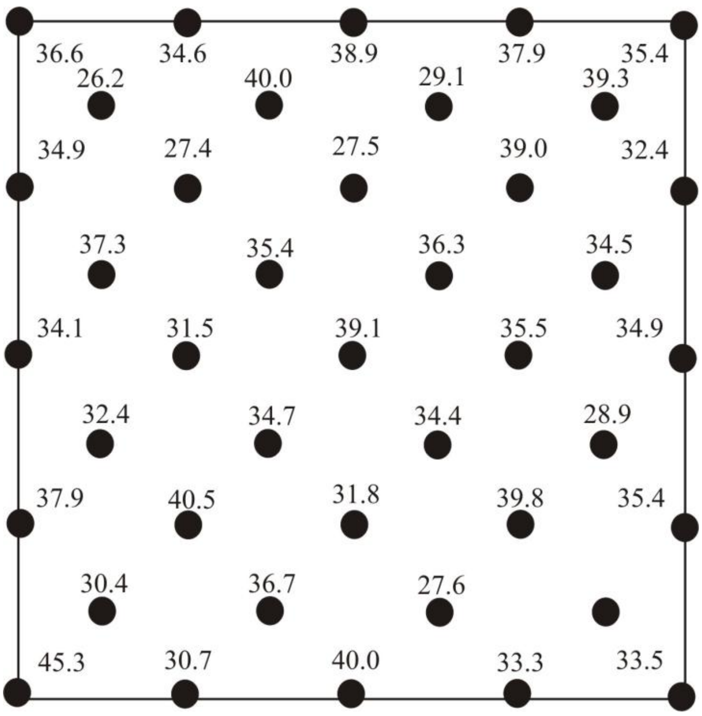
%Fe	الشمال	الشرق	%Fe	الشمال	الشرق
0	170	34.3	5	195	33.9
10	40	35.5	20	105	32.5
15	135	28.6	25	155	29.6
55	145	29.4	50	40	30.6
125	20	41.5	155	15	40.4
175	50	36.8	145	125	30.1
120	180	33.4	130	185	35.3
160	175	36.0	175	185	41.4
240	185	30.2	220	90	28.5
260	115	33.2	205	0	40.1
235	15	33.7	265	65	24.4
365	60	34.3	390	65	31.6
285	110	35.3	325	105	39.5
345	115	31.0	310	150	34.8
335	170	27.4	385	165	29.9
325	195	33.9	325	220	37.8
350	235	37.6	375	215	29.8
290	230	39.9	200	230	37.4
10	390	27.2	55	375	27.4
85	380	34.2	395	245	36.5
50	270	30.2	165	355	40.8
200	280	30.4	270	285	32.9
400	355	39.9	365	340	40.0
360	335	40.0	330	320	44.1
335	310	40.6	330	290	41.4

27.2 3.2	30.8 1.5		40.8 3.3				39.9 4.0
						42.4 2.2	40.0 2.7
30.2 3.5	30.2 3.5		30.4 3.5	30.4 3.5	32.9 2.5	41.4 3.1	
			37.5 3.5	37.5 3.5	39.9 2.8	37.7 1.9	34.6 1.3
32.6 1.9		34.4 1.9	38.7 1.8	30.2 2.9		32.1 1.2	29.9 2.6
30.5 1.7	29.4 3.7	30.1 3.0			34.2 1.9	35.1 1.4	
			36.8 3.5	28.5 2.8	24.4 2.7		32.9 2.0
33.1 2.2	30.6 3.7	41.5 2.2	38.6 2.0	36.9 2.3			

الشكل 4-15: قيم تقديرات القطع محسوبة بأخذ متوسط جميع العينات الداخلية وما يناظرها من الانحراف المعياري للتقدير.

36.2	35.0	43.0	44.2	37.5	38.5	40.5	38.7
36.1	28.2	38.4	36.3	30.8	35.2	41.6	38.5
39.5	25.1	34.2	33.5	29.3	36.0	39.2	32.8
39.5	31.2	38.5	40.0	36.5	38.2	37.4	32.8
33.1	32.4	34.5	38.5	36.2	33.9	30.0	30.9
35.9	36.9	36.5	33.6	34.9	34.5	34.2	33.6
35.0	34.1	37.5	32.7	27.7	31.4	35.5	34.2
41.3	31.6	38.8	37.9	33.6	29.8	35.8	35.0

الشكل 4-16: قيم المتوسطات الحقيقية في كل قطعة في توضع خام الحديد الوهمي.



الشكل 4-17: طقم من العينات مأخوذة على شبكة منتظمةمن توضع خام الحديد الوهمي.

31.4	30.4	37.3	39.5	34.0	33.5	38.6	37.4
30.6	36.8	33.7	33.7	28.3	34.0	39.1	35.8
34.3	30.6	31.4	31.4	31.9	37.7	36.8	33.4
33.9	32.6	33.4	37.2	37.2	35.9	35.0	34.7
33.2	31.9	33.1	36.9	36.8	35.0	32.2	31.9
35.1	36.4	37.6	33.3	33.1	37.1	34.3	32.2
34.1	35.4	38.6	34.2	29.7	33.7	37.2	35.1
37.8	30.5	33.7	38.3	33.8	30.5	34.0	34.1

الشكل 4-18: قيم القطع المقدرة من عينات الشبكة المنتظمة.

الفصل الخامس

كريجنج Kriging

دعونا نعود الآن إلى نهج، أكثر شيوعا، وربما أكثر واقعية، لتقدير القيم المحلية. لغاية الآن أخذنا بعين الاعتبار فقط عملية حساب متوسط لجميع العينات المحلية واستخدام هذا المتوسط كتقدير للمنطقة قيد الدراسة. هنالك حالات يبدو فيها غير منطقي إعطاء أوزان بالتساوي لكل العينات، حيث إن بعضاً من هذه العينات سيكون على بعد كبير من المساحة المجهولة A، بينما البعض الآخر سيكون أكثر قربا منها إن لم يكن بداخلها. وما يبدو أكثر منطقيةً استخدام متوسط موزون لقيم العينات بحيث تأخذ العينات الأقرب وزنا أكبر. سيكون التقدير الجديد على شكل:

$$T^* = w_1 g_1 + w_2 g_2 + w_3 g_3 + \dots + w_n g_n$$

حيث مجموع الأوزان يساوي واحد. إذا ما تم تحقيق هذا الشرط ولم يكن هنالك أي توجه محلي فإن T* سيكون تقديراً غير منحاز. بمعنى أنه من بين جميع التقديرات سيكون تقديرا متوسط خطاؤُه مساوٍ لصفر. هذا النوع من التقديرات يسمى تقديرا خطياً لأنه توليفة خطية من قيم العينات. والمتوسط الحسابي ببساطة حالة خاصة حيث جميع الأوزان متساوية. يمكن أن نري أن تباين التقدير للتقدير العام الخطي وغير المنحاز هو:

$$\sigma_{\epsilon}^2 = 2\sum_{i=1}^{n} w_i \bar{\gamma}(s_i, A) - \sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} w_i w_j (s_i s_j) - \bar{\gamma}(A, A)$$

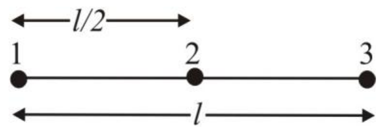
حيث حسبنا سابقاً $\bar{\gamma}(S, A)$ متوسط المتباينات النصفية بين كل عينة والمساحة المراد تقديرها والآن نشكل متوسطا موزونا لكل عينة على انفراد مع المساحة A ، و $\bar{\gamma}(S_i, A)$ ،بنفس الطريقة كتقدير فعلي. على سبيل المثال، إذا كان لدينا عينات عددها (n) مأخوذة حول المساحة A يصبح أول مصطلح من مصطلحات التباين:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i \bar{\gamma}(S_i, A) = w_1 \bar{\gamma}(point_1, A) + w_2 \bar{\gamma}(point_2, A) + w_3 \bar{\gamma}(point_3, A) ...etc.$$

المصطلح الأخير في التباين، $\bar{\gamma}(A, A)$ لايغير شكله، لأننا غيرنا فقط شكل التقدير وليس المساحة التي يجري تقديرها. المصطلح $\bar{\gamma}(S, S)$ والذي قاس سابقا التفاوت في قيم العينات يجب أن يأخذ الآن بعين الاعتبار الأوزان المتعلقة بكل عينة. بهذا إذا أخذنا على سبيل المثال العينة 4 يجب أن نتذكر أن لها وزن w_4. وإذا أخذنا عينة 4 مع عينة 2، حينها لابد وأن نأخذ كلا الوزنين w_2 ، w_4 بعين الاعتبار، بحيث يصبح المصطلح:

$$w_2 w_4 \bar{\gamma}(S_2, S_4)$$

لتشكيل مكافئ لـ $\bar{\gamma}(S, S)$ يجب أن يضرب كل مصطلح من $\bar{\gamma}(S_i, S_j)$ بما يناظره من $w_i w_j$ قبل أن يضاف إلى المجموع.



الشكل5-1: ثلاثة عينات كي تستعمل لتقدير جزء من الخط.

كمثال بسيط،، دعونا نأخذ بعين الاعتبارالترتيب في الشكل 5-1. لقد قمنا بحساب تباين الامتداد في فصل 4 لهذا الترتيب. وقد أعطى المتوسط الحسابي تباين امتداد مقداره pl /18 عندما استخدمنا متباين نصفي خطي على شكل $\gamma(h) = ph$. افترض الآن أننا نخصص مجموعة أوزان لهذه العينات الثلاثة بدلا من التعامل معها على حد سواء. دعونا، على سبيل المثال، نعطي وزنا قيمته $\frac{3}{4}$ للعينة المركزية و $\frac{1}{8}$ لكل عينة في الطرف. تبعا لذلك يصبح التقدير الجديد:

$$T^* = w_1g_1+w_2g_2+w_3g_3$$

$$= \frac{1}{8}g_1 + \frac{3}{4}g_2 + \frac{1}{8}g_3$$

l الطول = A

3 = S عينات نقطيه

إن مدى مصداقية التقدير ستعطى بالصيغة العامة σ_ε^2. والمصطلح $\bar{\gamma}(A, A)$ معطى بالدالة $F(l)$، حسب التعريف، والذي يعادل بالنسبة للمتباين النصفي الخطي القيمة $pl/3$. والمصطلح المركزي- مصطلح بين العينات- هو:

$$\sum\sum w_i w_j \bar{\gamma}(S_i, S_j) = w_1[w_1\bar{\gamma}(S_1, S_1) + w_2\bar{\gamma}(S_1, S_2) + w_3\bar{\gamma}(S_1, S_3)]$$

$$+ w_2[w_1\bar{\gamma}(S_2, S_1) + w_2\bar{\gamma}(S_2, S_2) + w_3\bar{\gamma}(S_2, S_3)]$$

$$+ w_3[w_1\bar{\gamma}(S_3, S_1) + w_2\bar{\gamma}(S_3, S_2) + w_3\bar{\gamma}(S_3, S_3)]$$

حيث تؤخذ كل عينة مع عينة أخرى بما في ذلك مع نفسها وتضرب التوليفة الناتجة بكلا الوزنين. وبما أن العينات في هذه الحالة كلها نقاط فإن جميع مصطلحات $\bar{\gamma}(S_i, S_j)$ يمكن حسابها من المتباين النصفي $\gamma(h)$. هذا يعطي:

$$\sum\sum w_i w_j \bar{\gamma}(S_i, S_j) = w_1[w_1\gamma(0) + w_2\gamma(l/2) + w_3\gamma(l)] + w_2[w_1\gamma(l/2)$$
$$+ w_2\gamma(0) + w_3\gamma(l/2)] + w_3[w_1\gamma(l) + w_2\gamma(l/2) + w_3\gamma(0)]$$

وبما أن نموذج المتباين النصفي خطي، يصبح هذا:

$$\sum\sum w_i w_j \bar{\gamma}(S_i, S_j) = \frac{1}{8}\left(\frac{3}{4}p\frac{l}{2} + \frac{1}{8}pl\right) + \frac{3}{4}\left(\frac{1}{8}p\frac{l}{2} + \frac{1}{8}p\frac{l}{2}\right) + \frac{1}{8}\left(\frac{1}{8}pl + \frac{3}{4}p\frac{l}{2}\right)$$

$$= pl\frac{1}{8}\left(\frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{3}{8}\right)$$

$$= \frac{7}{32}pl$$

بهذا يتبقي علينا المصطلح الأول – مصطلح بين العينات والمساحة – لكي نقيمه . وهذا هو:

$$\sum w_i \bar{\gamma}(S_i, A) = w_1 \bar{\gamma}(S_1, A) + w_2 \bar{\gamma}(S_2, A) + w_3 \bar{\gamma}(S_3, A)$$

العينة 1 عل أحد الأطراف من الطول l ، بمعنى أن $X(l) = \bar{\gamma}(S_1, A)$ بطريقة مشابهة $X(l) \; \bar{\gamma}(S_3, A) =$.

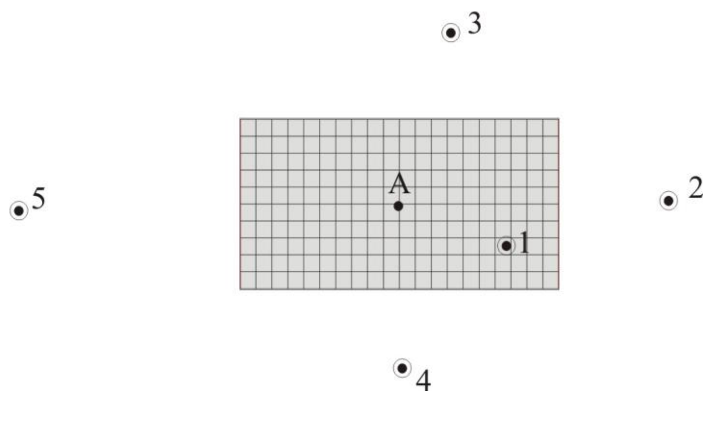
العينة 2 هي العينة في مركز الخط l بحيث أن $X(l/2) \; \bar{\gamma}(S_2, A) =$. وللنموذج الخطي $X(l)=pl/2$، بحيث إن :

$$\begin{aligned}\sum w_i \bar{\gamma}(S_i, A) &= w_1 \chi(l) + w_2 \chi(l/2) + w_3 \chi(l) \\ &= \frac{1}{8} p \frac{l}{2} + \frac{3}{4} p \frac{l}{4} + \frac{1}{8} p \frac{l}{2} \\ &= \frac{5}{16} pl\end{aligned}$$

وضع هذه المصطلحات مع بعضها بعضا يعطي تباين امتداد بقيمة:

$$\begin{aligned}\sigma_\epsilon^2 &= 2 \frac{5}{16} pl - \frac{7}{32} pl - \frac{1}{3} pl \\ &= \frac{pl}{96}(60 - 21 - 32) = \frac{7}{96} pl = 0.0729 pl\end{aligned}$$

تعطي مجموعة الأوزان المحددة $\left(\frac{1}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}\right)$ عند استخدام نموذج متباين نصفي خطي تباين امتداد قيمته $0.729\ pl$ والمتوسط الحسابي أعطى تباين امتداد قيمتة $pl/18 = 0.0556pl$ وهذه قيمة تعادل ثلاثة أرباع قيمة تباين الامتداد العلوي. إنه لمن الواضح والحالة هذه أن يعطي المتوسط الموزون ببساطة تقديرا أسوأ منه في حالة استخدام المتوسط الحسابي.



الشكل (5-2): مطلوب تقدير قيمة الرقعة من العينات الخمسة المبعثرة- مثال اليورانيوم.

وكمثال ثنائي الابعاد، دعونا نعود إلى مثال اليورانيوم المتوفر والمبين في شكل 5-2. سنعطي أوزان لكل عينة حسب بعدها عن مركز القطعة A. الجدول 5-1 يري حساب مقلوب المسافة من مركز القطعة A.

الجدول5-1): حساب أوزان مقلوب المسافة لمشكلة تقدير اليورانيوم الفرضي.

رقم العينة	المسافة من المركز(قدم)	مقلوب المسافة	الوزن المعدل
1	21.45	0.0464	319ز0
2	50.00	0.0200	0.137
3	31.62	0.0316	0.217
4	30.00	0.0333	0.229
5	70.00	0.0143	0.098
المجموع		0.1457	1.000

التقدير T* يصبح:

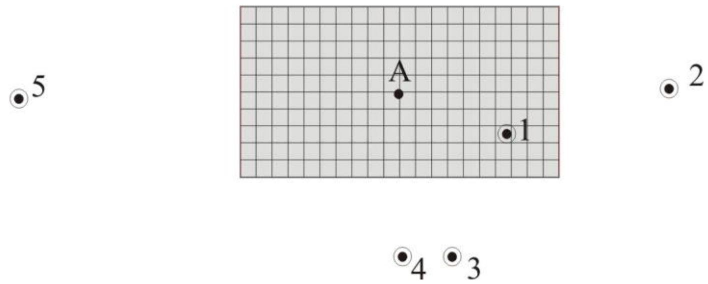
$$\begin{aligned} T^* &= w_1g_1 + w_2g_2 + w_3g_3 + w_4g_4 + w_5g_5 \\ &= 0.319 \times 400 + 0.137 \times 380 + 0.217 \times 450 + 0.229 \times 280 \\ &\quad + 0.098 \times 320 \\ &= 372.8 \text{ p.p.m. } U_3O_8 \end{aligned}$$

والمصطلحات الثلاثة الداخلة في حساب التباين هي:

$$\begin{aligned} \sum w_i\bar{\gamma}(S_i, A) &= 0.319\bar{\gamma}(S_1, A) + 0.137\bar{\gamma}(S_2, A) + 0.217\bar{\gamma}(S_3, A) \\ &\quad + 0.229\bar{\gamma}(S_4, A) + 0.098\bar{\gamma}(S_5, A) \end{aligned}$$

والقيم الفردية لـ $\bar{\gamma}(S_1, A)$ هي نفسها التي تم تقييمها عندما ناقشنا تباين الامتداد وتساوي 356.7, 572.4, 456.9, 446.8, 696.1 على التوالي. بهذا يساوي المصطلح الأول في التباين $461.9\ ppm^2$ بالمقارنة مع القيمة $505.8\ ppm^2$ في تباين الامتداد. والمصطلح الثاني في تباين الامتداد يعادل $441.2\ ppm^2$. وفي حالة الامتداد ساوت هذه القيمة $504.7\ ppm^2$. والمصطلح الأخير في كلا التباينين هو $344.0\ ppm^2$ كما هو معطى بالدالة المساعدة *F(l,b)*. وبوضع هذه الارقام مع بعضها نحصل على تباين امتداد لتقدير مقلوب المسافة بقيمة $138.6\ ppm^2$. هذا يعادل "خطأ معياري" مقداره 11.8 ppm. بالتالي إذا ما استخدمنا أوزان مقلوب المسافة سنحصل على تقدير مقداره 372.8 U_3O_8 للرقعة، ونستطيع أن نقول أن هذا التقدير له خطأ معياري قيمته 11.8 ppm تم اشتقاقها من معرفتنا بالمتباين النصفي لهذا التوضع. وإذا ما رغبنا في عمل فرضية إضافية عن طبيعية Normality الأخطاء. نستطيع أن نقول أن حدود ثقة بمقدار 95% للقيمة الفعلية للرقعة تتراوح بين 349-396 ppm. هذا يجب مقارنته مع تقدير الإمتداد Extension Estimate ذو القيمة 366 ppm والخطأ المعياري 12.8 ppm وحدود ثقة بمقدار 95% تتراوح بين 340 ppm و 392 ppm. ويمكن التمييز بسهولة أن تقدير مقلوب المسافة يزودنا بنتائج أكثر دقة من المتوسط الحسابي – هذا يبدو منطقيا تماما.

افترض أننا غيرنا الموقع قليلا، وأن العينة (3) لم تكن في شمال الرقعة تماما ولكن في الجنوب أي 2310 شمالا كما في شكل 5-3. أوزان مقلوب المسافة لا تتغير لأنها تعتمد على المسافة بين العينات ومركز الرقعة. على أية حال الخطأ المعياري للتقدير يزداد بحدة إلى القيمة 14.3 ppm مشيرا بذلك إلى خسارة في الدقة. والتغير في تباين التقدير سببه فقط نقص في قيمة مصطلح بين العينات وكمية العينات المضمنة في مجموعات العينات- لأن المصطلحين الآخرين كالسابق. رقميا يقل المصطلح من 441.2 $(ppm)^2$ إلى 376.2 $(ppm)^2$. لذا لا يبدو منطقيا



الشكل 5-3: العينة 3 تقع الآن جنوب الرقعة المراد تقديرها.

استخدام نفس الأوزان كما في الشكل 5-3 كما فعلنا في الشكل 5-2 لأن العينة 3 تعطينا الآن معلومات أقل عما أعطتنا سابقا. وبإمكاننا أن نقترح مجموعة من الأوزان وأن نحسب تباين التقدير. واذا كان أقل من تباين مجموعة أوزان مقلوب المسافة بإمكاننا أن نقول أن تقديرنا الجديد كان بنوع من الإدراك أقل من تقدير مقلوب المسافة. وكبديل بإمكاننا أن نستخدم طريقة أخرى لإنتاج الأوزان- مثل مقلوب مربع المسافة. كما أنه يبدو محببا أكثر أن نجد طريقة مباشرة لإنتاج أفضل تقدير إذا ما كنا على علم بطبيعة التوضع. وقد قررنا أن نستخدم تقديرا ذو نوع خطي- متوسطا موزونا من قيم العينات. ونعلم أنه تقدير غير منحاز إذا كان مجموع الأوزان مساويا واحد. هنالك عدد لا نهائي من مثل هذه التقديرات الخطية غير المنحازه لذلك سنبحث عن الأفضل. وسنعرف "الأفضل" على انه ذو تباين التقدير الأقل. والتعبير عن تباين التقدير يعتمد على ثلاثة أشياء: هندسة العينات والمساحة المراد تقديرها، وشكل المتباين النصفي والوزن المعطى لكل عينة. وبالنسبة لأي وضع يمكن تغيير التباين بتغيير قيم الأوزان. بهذا نحن نرغب في تقليل قيمة خطأ التقدير بالنسبة للأوزان. ببساطة التباين دالة للأوزان. وبالتالي لتقليله يجب أن نفاضل وأن نجعل التفاضل مساويا للصفر.

بمعنى $i=1, 2, 3, 4, \dots n$ $$\frac{\delta\sigma_\varepsilon^2}{\delta w_i}=0$$

هذا سيزودنا بعدد n لمن المعادلات وعدد n من المجاهيل $w_1, w_2, w_3, w_4, \dots w_n$. وهذه الأوزان ستزودنا بتقدير له أقل قيمة تباين. على أية حال يمكن أن لا يكون مجموع هذه الأوزان مساويا 1 حيث لا يوجد في نظام المعادلات المشار إليه أعلاه ما يقيد الأوزان بهذه الطريقة. فعليا نحتاج إلى تحقيق شرط $\sum w_i = 1$. لذلك للحصول على" أفضل تقدير خطي غير منحاز" يجب أن نحقق عدد n +1 من المعادلات. على أية حال،

لدينا لغاية الآن عدد n من المجاهيل. وهذا وضع غير مرغوب فيه ولتصحيح ذلك يجب أن نضيف مجهولا آخر على شكل مضروب لاغرانج " Lagrange Multiplier " لموازنة النظام. لذلك بدلا من تقليل تباين التقدير نحن نقلل فعليا

$$\sigma_\epsilon^2 - \lambda\left(\sum w_i - 1\right)$$

بالنسبة إلى $w_1, w_2, w_3, w_4, \ldots, w_n$، λ وهذا الأخير ينتج المعادلة $\Sigma\, w_i - 1 = 0$ كما هو مطلوب.

بعد أن تمت عملية المفاضلة وتغلبنا على صعوبة المعادلات نتج لدينا النظام التالي:

$$\begin{array}{l}
w_1\bar{\gamma}(S_1,S_1) + w_2\bar{\gamma}(S_1,S_2) + w_3\bar{\gamma}(S_1,S_3) + \ldots + w_n\bar{\gamma}(S_1,S_n) + \lambda = \bar{\gamma}(S_1,A) \\
w_1\bar{\gamma}(S_2,S_1) + w_2\bar{\gamma}(S_2,S_2) + w_3\bar{\gamma}(S_2,S_3) + \ldots + w_n\bar{\gamma}(S_2,S_n) + \lambda = \bar{\gamma}(S_2,A) \\
w_1\bar{\gamma}(S_3,S_1) + w_2\bar{\gamma}(S_3,S_2) + \ldots \quad \ldots \quad \ldots + w_n\bar{\gamma}(S_3,S_n) + \lambda = \bar{\gamma}(S_3,A) \\
\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots = \quad \ldots \\
\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots = \quad \ldots \\
w_1\bar{\gamma}(S_n,S_1) + w_2\bar{\gamma}(S_n,S_2) + w_3\bar{\gamma}(S_n,S_3) + \quad + w_n\bar{\gamma}(S_n,S_n) + \lambda = \bar{\gamma}(S_n,A) \\
w_1 \quad + \quad w_2 \quad + \quad w_3 \quad + \quad + \quad w_n \qquad = 1
\end{array}$$

على الرغم من أن هذا يبدو مرعبا في تعقيداته إذا ما نظرت إليه عن قرب ستجد أن معظم عناصر هذا النظام (كما آمل) أصبحت مألوفة لديك. فمثلا طرف المعادلة الأولى الأيمن يتطلب فقط قيمة متوسط المتباينات النصفية بين العينة 1 والمساحة المجهولة A. والطرف الأيسر يحتوي 1+n من المجاهيل، λ، w_i، ومتوسط المتباين النصفي بين العينة 1 وجميع العينات كل بدورها، وجميع مصطلحات $\bar{\gamma}$ مطابقة لتلك التي نرغب في أن نعملها للتقدير ولتباينه.

والمعادلة الثانية مطابقة للأولى سوى أنها تخص العينة 2 والممثلة على طول المعادلة. والثالثة تخص العينة 3 وهكذا دواليك لغاية المعادلة n والتي تخص العينة S_n. وأخيرا لدينا الشرط الضروري لمجموع أوزان العينات. وحل هذه المجموعة من المعادلات سينتج قطعا في النهاية مجموعة من الأوزان لـ" أفضل تقدير خطي غير منحاز Best Linear Unbiased Estimator. والذي يشار إليه بـ BLUE. أسميت هذه العملية كريجنج Kriging من قبل ماثيرون Matheron نسبة إلى داني كريج Dane Krige ، والذي قام بأعمال تجريبية رائعة على المتوسط الموزون. ولفظ الكلمة مختلف عليه. والمؤلفة تفضل كريدجنج كما في Bridging. ويسمى نظام المعادلات بصورة عامة نظام كريجنج Kriging System والتقدير المنتج يسمى تقدير كريجنج Kriging Estimator. ويمكن إيجاد تباين تقدير الكريجنج بالتعويض عن جميع الأوزان في المعادلة العامة لتباين عملية التقدير. عموما يمكن إثبات أن تباين تقدير الكريجنج يمكن كتابته على النحو التالي:

$$\sigma_k^2 = \sum w_i\bar{\gamma}(S_i,A) + \lambda - \bar{\gamma}(A,A)$$

1-5 أمثلة كريجنج Kriging Examples

في بداية هذا الفصل أخذنا الترتيب الذي يمثله الشكل 5-1، ومتباين نصفي خطي على شكل $\gamma(h) = ph$، وأعطينا أوزان للعينات الثلاثة. وبينا أيضا أنه والحالة هذه فإن تباين التقدير كان pl 0.0729. والآن دعونا نرى فيما إذا كان بإمكاننا حساب أحسن مجموعة أوزان باستخدام نظام الكريجنج. وبما أنه لدينا ثلاثة أوزان هنالك أربعة معادلات هي بصورة عامة على شكل:

$$
\begin{aligned}
w_1\bar{\gamma}(S_1,S_1) + w_2\bar{\gamma}(S_1,S_2) + w_3\bar{\gamma}(S_1,S_3) + \lambda &= \bar{\gamma}(S_1,A) \\
w_1\bar{\gamma}(S_2,S_1) + w_2\bar{\gamma}(S_2,S_2) + w_3\bar{\gamma}(S_2,S_3) + \lambda &= \bar{\gamma}(S_2,A) \\
w_1\bar{\gamma}(S_3,S_1) + w_2\bar{\gamma}(S_3,S_2) + w_3\bar{\gamma}(S_3,S_n) + \lambda &= \bar{\gamma}(S_3,A) \\
w_1 + w_2 + w_3 &= 1
\end{aligned}
$$

وسيكون تباين الكريجنج هو:

$$\sigma_k^2 = w_1\bar{\gamma}(S_1,A) + w_2\bar{\gamma}(S_2,A) + w_3\bar{\gamma}(S_3,A) + \lambda - \bar{\gamma}(A,A)$$

الطرف الأيمن من المعادلات هي المصطلحات $\bar{\gamma}(S_3,A)$، $\bar{\gamma}(S_2,A)$، $\bar{\gamma}(S_1,A)$. و $\bar{\gamma}(S_1,A)$ وهي قيم متوسط المتباينات النصفية بين الخط الذي طوله l ونقطة على طرفه. وهذا هو تعريف $X(l)$ وكذلك $\bar{\gamma}(S_3,A)$. و $\bar{\gamma}(S_2,A)$ هومتوسط المتباينات النصفية بين الخط ونقطة في منتصفه. هذا المثال تمت معالجته في الفصل الرابع ووجد على أنه يساوي $x(l/2)$. بذلك لدينا الطرف الأيمن من المعادلات ومعظم التباين. والطرف الأيسر من المعادلات هي المصطلحات الفردية ما بين عينة وعينة. وبما أن جميع العينات في هذه الحالة هي نقاط فإن كل هذه العلاقات في الطرف الأيسر تعطى بنموذج المتباين النصفي. بقي أن نحسب المسافات بين أزواج العينات. وأن نستخدم النموذج لإنتاج المصطلحات. المصطلحات القطرية $\bar{\gamma}(S_1,S_1)$، $\bar{\gamma}(S_2,S_2)$ $\bar{\gamma}(S_3,S_3)$ كلها تساوي صفر، لأن $\gamma(0) = 0$ حسب التعريف، و $\bar{\gamma}(S_1,S_2)$ يساوي $\bar{\gamma}(S_2,S_1)$ يساوي $\gamma(l/2)$. وكذلك $\bar{\gamma}(S_2,S_3)$ و $\bar{\gamma}(S_3,S_2)$. و $\bar{\gamma}(S_1,S_3)$ هو $\gamma(l)$ مثل $\bar{\gamma}(S_3,S_1)$.

أخيرا، $\bar{\gamma}(A,A)$ هو F(l) حسب التعريف. وضع هذه المصطلحات مع بعضها ينتج:

$$
\begin{array}{lllllll}
 & w_2\,\gamma(l/2) & + w_3\,\gamma(l) & + \lambda & = & \chi(l) \\
w_1\,\gamma(l/2) & & + W_3\gamma(l/2) & + \lambda & = & \chi(l/2) \\
w_1\,\gamma(l) & + w_2\,\gamma(l/2) & & + \lambda & = & \chi(l) \\
w_1 & + w_2 & + w_3 & & = & 1
\end{array}
$$

وتباين الكريجنج:

$$\sigma_k^2 = w_1\chi(l) + w_2\chi(l/2) + w_3\chi(l) + \lambda - F(l)$$

لغاية هذه اللحظة لا يعتمد النظام على النموذج الفعلي للمتباين النصفي والنموذج $\gamma(h) = ph$ ولهذا المثال سنأخذ $p = 4$. وللمتباين النصفي الخطي، $x(l) = pl/2$ لذلك في هذه الحالة $X(l)= 2l$. بنفس الطريقة $F(l)=4l/3$، بالتعويض في النظام السابق:

$$\begin{array}{lllllll} & 2lw_2 & + 4lw_2 & + \lambda & = & 2l & (1) \\ 2lw_1 & & + 2lw_2 & + \lambda & = & l & (2) \\ 4lw_1 & + 2lw_2 & & + \lambda & = & 2l & (3) \\ w_1 & + w_2 & + w_3 & & = & 1 & (4) \end{array}$$

و
$$\sigma_k^2 = 2lw_1 + lw_2 + 2lw_3 + \lambda - \frac{4}{3}l$$

بإضافة معادلة 1 إلى 3 ينتج

$$4lw_1 + 4lw_2 + 4lw_3 + \lambda = 4l$$

بينما معادلة 4 تعطي

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

هاتان المعادلتان تبينان أن قيمة $\lambda = 0$. لذلك بإمكاننا حذف λ من المعادلات الثلاثة الأولى وأن نقسمها جميعا على l. هذا يوحي بأن النتائج، أي قيم للأوزان، لا تعتمد على الطول المراد تقديره. بهذا نحصل على :

$$\begin{array}{llllll} & 2w_2 & + 4w_3 & = & 2 & (5) \\ 2w_1 & & + 2w_3 & = & 1 & (6) \\ 4w_1 & + 2w_2 & & = & 2 & (7) \end{array}$$

وبطرح معادلة 5 من معادلة 7 ينتج:

$$4w_1 - 4w_3 = 0 \qquad \text{i.e. } w_1 = w_3$$

بحيث أن معادلة 6 تعطي:

$$4w_1 = 1 \qquad \text{i.e. } w_1 = \tfrac{1}{4}$$

لذلك $w3=\frac{1}{4}$ و $w2=\frac{1}{2}$. والمجموعة المثلى للأوزان لهذه المشكلة الممثلة في شكل 5-1 هي $\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$

وتباين الكريجنج :

$$\sigma_k^2 = 2\frac{1}{4}l + \frac{1}{2}l + 2\frac{1}{4}l + 0 - \frac{4}{3}l = \frac{l}{6}$$

والنتيجة النهائية تبعا لذلك:

متوسط كريجنج BLUE له الأوزان $\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$ وتباين الكريجنج $l/6$.

في دراساتنا السابقة لهذا الترتيب الخاص وجدنا أن المتوسط الحسابي قد أنتج لنا تباين تقدير مقداره $pl/18$ وأن مجموعة الأوزان $\left(\frac{1}{8},\frac{3}{4},\frac{1}{8}\right)$ أعطت $7pl/96$. وللمطابقة مع المثال أعلاه لا بد من جعل p=4، بحيث تصبح ا لمتباينات مساوية لـ $2l/9$ و $7l/24$ على التوالي. لقد حسنت طريقة الكريجنج التقدير بقيمة 25% بالمقارنة مع المتوسط الحسابي، وهذا هو الفرق في مقدار تباين المتوسط الحسابي وتباين متوسط الكريجنج. ومجموعة الأوزان الزائفة التي استخدمناها في بداية هذا الفصل كان لها تباين يعادل ضعف تباين الكريجنج المثالي. لاحظ في هذه الحالة، أن مجموعة الأوزان مستقلة عن الطول الذي تم تقديره كوننا استخدمنا متباين نصفي خطي، ولكن التباين متناسب مع الطول. وكتمرين، أنظر فيما إذا كانت مجموعة الأوزان مستقلة أيضا عن ميل المتباين النصفي p ، وانظر أيضا فيما إذا كان التباين متناسبا مع الميل p والذي يبدو منطقيا.

2-5 مثال ثنائي الأبعاد

دعونا نعود الآن إلى مثال اليورانيوم الشهير والموضح في الشكل 5-2. مواقع العينات وإحداثياتها وقيمها معطاة في الجدول 4-1. لدينا 5 عينات بالتالي سيكون هنالك 6 معادلات في نظام الكريجنج. مصطلحات $\bar{\gamma}(S_i,S_j)$ في الطرف الأيسر من المعادلات تمثل علاقات نقطة مع نقطة ويمكن تقيمها مباشرة من نموذج المتباين النصفي. كان النموذج كرويا بمدى تأثير 100 قدم وعتبة مقدارها 700 $(ppm)^2$ وظاهرة تشذر مقدارها 100 $(ppm)^2$.

ومصطلحات $\bar{\gamma}(S_i,A)$
كلها تري علاقات نقطة مع الرقعة بالتالي هي توليفات سهلة من الدالة المساعدة $H(l,b)$. أما المصطلح $\bar{\gamma}(A,A)$ فهو $F(l,b)$.

بذلك يصبح نظام الكريجنج:

$$
\begin{array}{lllllll}
 & 415.5w_2 & +491.4w_3 & +403.0w_4 & +790.5w_5 & +\lambda & = 356.7 \\
415.5w_1 & & +581.3w_3 & +642.9w_4 & +800.0w_5 & +\lambda & = 572.4 \\
491.4w_1 & +581.3w_2 & & +659.9w_4 & +778.8w_5 & +\lambda & = 456.9 \\
403.0w_1 & +642.9w_2 & +659.9w_3 & & +745.1w_5 & +\lambda & = 446.8 \\
790.5w_1 & +800.0w_2 & +778.8w_3 & +745.1w_4 & & +\lambda & = 696.1 \\
w_1 & +w_2 & +w_3 & +w_4 & +w_5 & & = 1
\end{array}
$$

وتباين الكريجنج يصبح:

$$\sigma_k^2 = 356.7w_1 + 572.4w_2 + 456.9w_3 + 446.8w_4 + 696.1w_5 + \lambda - 344.0$$

وحل نظام المعادلات هذا (باستخدام الحاسوب) يعطي:

$$w_1 = 0.346$$
$$w_2 = 0.023$$
$$w_3 = 0.269$$
$$w_4 = 0.234$$
$$w_5 = 0.127$$
$$\lambda = 19.72$$
$$T^* = 376.5 p.p.m.$$
$$\sigma_k = 11.3 p.p.m.$$

الانحراف المعياري للكريجنج Kriging Standard Deviation يقارب الانحراف المعياري الذي نحصل عليه من أوزان مقلوب المسافة. والفرق الرئيسي في عملية الوزن يبدو مفاجئا من النظرة الأولى. فالعينة 2 وزنها قريب من الصفر. وفي حقيقة الحال نصيبها من الوزن المعطى للعينة 5، والتي تعتبر بعيدة نوعا ما عن مركز الرقعة، يصل إلى 20%. هذا لأن نظام الكريجنج يأخذ بعين الاعتبار بصورة أوتوماتيكية العلاقة بين العينات. فالعينة 2 تقدم قليلا من المعلومات عن الرقعة بوجود العينة 1، وبدرجة أقل العينات 4،3. لمزيد من التوضيح لهذه النقطة، دعونا نأخذ بعين الاعتبار الوضع الذي يوضحه الشكل 5-3 حيث أزيحت العينة 3 إلى جنوب الرقعة. بذلك يصبح نظام الكريجنج:

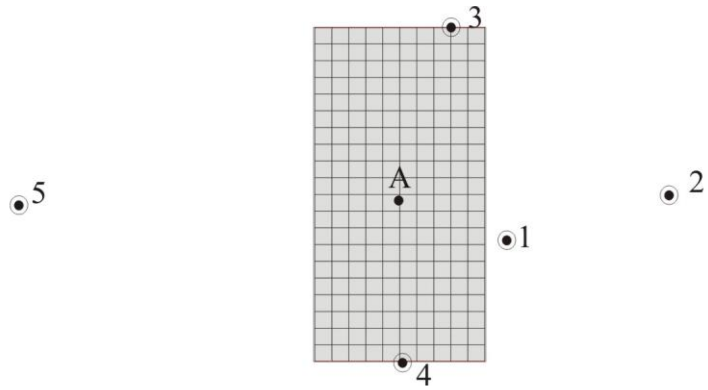
$$\begin{array}{lllllll}
 & 415.5w_2 & +348.8w_3 & +403.0w_4 & +790.5w_5 & +\lambda & = 356.7 \\
415.5w_1 & & +581.3w_3 & +642.9w_4 & +800.0w_5 & +\lambda & = 572.4 \\
348.8w_1 & +581.3w_2 & & +204.6w_4 & +778.8w_5 & +\lambda & = 456.9 \\
403.0w_1 & +642.9w_2 & +204.6w_3 & & +745.1w_5 & +\lambda & = 446.8 \\
790.5w_1 & +800.0w_2 & +778.8w_3 & +745.1w_4 & & +\lambda & = 696.1 \\
w_1 & +w_2 & +w_3 & +w_4 & +w_5 & & = 1
\end{array}$$

لاحظ أن الفرق الوحيد بين هذا النظام وسابقه هو في السطر 3 والعمود 3 في الطرف الأيسر من المعادلة. الطرف الأيمن لم يتغير لأننا لم نغير العلاقة بين العينات والرقعة. والأوزان الجديدة هي:

$$w_1 = 0.440$$
$$w_2 = 0.089$$
$$w_3 = 0.062$$
$$w_4 = 0.224$$
$$w_5 = 0.185 \qquad \lambda = 61.58 p.p.m.^2$$
$$T^* = 359.6 p.p.m. \quad \sigma_k = 13.5 p.p.m.$$

ووزن العينة 3 الآن أقل من وزن العينة 2. والتغير في الوزن هو في اتجاه العينات الشمالية 1، 2، 5، على الرغم من أن أكبر زيادة هي طبعا في عينة 1. والتغير الحقيقي الملموس هو في قيمة التقدير والتي قلت بمقدار 17 ppm.

وكمثال ثالث، دعونا نأخذ بعين الاعتبار وضع عملية المعاينة كالسابق ولكن مع تدوير الرقعة 90 درجة كما في شكل 5-4.



الشكل 5-4: تم تدوير الرقعة المراد تقديرها 90 درجة.

نظام الكريجنج لهذا الوضع له نفس الطرف الأيسر كما في الشكل 5-2. على أية حال جميع المصطلحات في الطرف الأيمن تغيرت:

$$377.6 \quad 599.7 \quad 430.2 \quad 414.0 \quad 720.3$$

والأوزان المحسوبة للعينات تغيرت هي الأخرى بشكل ملموس:

$$w_1 = 0.275$$
$$w_2 = 0.006$$
$$w_3 = 0.324$$
$$w_4 = 0.306$$
$$w_5 = 0.089$$
$$\lambda = 20.29$$

والتقدير T^* أصبحت قيمته 371.9 ppm وله انحراف معياري 10.7 ppm. والعينة 2 تم اضعاف قيمتها من العينة 1. كما قل تأثير العينة 5 نوعا ما. والمفاجأة الكبرى هي أن العينة 1 لم يعد لها نفس الأهمية التي كانت لها في المثالين السابقين. من هنا لا توجد أي طريقة مثل الكريجنج يمكن فيها حساب واستخدام هذا التغير الحادث في "قيمة المعلومات".

3-5 ملخص أهم النقاط

1. بإمكاننا تقييم دقة أي تقدير خطي إذا كان لدينا متباين نصفي.
2. بإمكاننا أن ننتج أقل تباين لتقدير خطي غير منحاز باستخدام تقنية الكريجنج إذا كان لدينا نموذج للمتباين النصفي. وما يردده المبتهلون عن فوائد الكريجنج يمكن أن نجده في العديد من الأبحاث.

و النقاط ذات الأهميه الكبرى هي :
(أ) على افتراض أساسي أنه لا يوجد توجه وأن هنالك نموذجاً للمتباين النصفي باستمرار، ينتج لنا نظام الكريجنج أفضل تقدير خطي غير منحاز.
(ب) إذا استخدمت الموديلات الملائمه للمتباين النصفي، وتم بناء نظام الكريجنج بصوره دقيقه سيكون هنالك وباستمرار حل فريد لنظام الكريجنج
(ج) اذا ما حاولت تقدير القيم في مواقع جرت معاينتها، فإن نظام الكريجنج سينتج لنا نفس القيم الفعليه للعينات. وسينتج ايضا تباين كريجنج قيمته تساوي صفر. بكلمات أخرى، انت تعلم مسبقاً هذه القيمه. وهذا يشار إليه عادة على أنه المولد الدقيق Exact Interpolator.
(د) اذا كانت عملية المعاينه منتظمه وبالتالي لدينا نفس الترتيب في الرقع المختلفه داخل الخام فإنه ليس ضرورياً إعادة حساب نظام الكريجنج في كل مره.

4-5 مثال خام الحديد الوهمي

لتلخيص هذا الفصل، دعونا نعود إلى توضع خام الحديد الوهمي والمذكور في نهاية الفصل الرابع. تم أخذ مجموعتين من العينات، مجموعة الخمسين عينة العشوائية والمبينة في شكل 4-14، والمجموعة الثانية والمأخوذة على شبكة منتظمة كما في الشكل 4-17.

وتشمل الشبكة المنتظمة 41 عينة. وكالسابق مساحة ال 400 م^2 تم تقسيمها إلى قطع (رقع) مساحة كل منها 50 م^2 . ولكن في هذه المرة تم تقدير قيم القطع بطريقة الكريجنج. مدى تأثير المتباين النصفي للخام يساوي 100 م، لذلك جميع العينات في هذا المدى ضمنت في التقدير، والنتائج مبينة في الشكل 5-5، و مرة أخرى الرقم العلوي في كل رقعة هو القيمة المقدرة بينما الرقم السفلي هو انحراف الكريجنج المعياري أو الخطأ المعياري. للمقارنة، يري الشكل 5-6 حل الكريجنج للحالة حيث المساحة مقسمة إلى رقاع أبعاد كل منها 100 م^2. لاحظ أن انحرافات الكريجنح المعيارية في جميع الحالات أدق منها في حالة القطع الخمسينية.

وهذا يتضمن مرة أخرى مبدأ سهولة تقدير المساحات الكبيرة مقارنة بالمساحات الصغيرة. يري الشكل 5-7 القيم المقدرة للقطع Blocks عندما تستخدم قيم العينات المأخوذة من الشبكة المنتظمة. الانحراف المعياري الكريجي لكل القطع يساوي 2.4% Fe. وهذا لا يختلف بطريقة واضحة عن الإنحراف المعياري للتقدير والبالغ 2.5% Fe. ربما يجب أن يكون استنتاجنا هنا أنه بشبكة منتظمة بهذا الحجم، يعتبر المتوسط الحسابي للعينات الزاوية

(Corner) تقديرا موزنا جيدا لكل العينات ضمن قطع المائة متر. ربما تبدو العينات الخارجية والحالة هذه زائدة. هذه النتيجة لا تصلح في حالة المعاينة المنتظمة والتي ينتج عنها تحسينات كبيرة في دقة النتائج عند تطبيق تقنية الكريجنج.

27.5 1.9	31.7 1.4	36.9 3.0	38.0 2.8	37.9 4.4	37.9 4.5	40.1 4.1	40.5 3.0
29.0 4.0	31.7 3.7	35.9 3.8	36.5 2.8	35.2 3.6	37.3 3.3	41.4 1.7	39.8 1.9
30.5 2.9	31.7 2.9	33.8 4.1	33.6 2.7	32.1 2.2	35.2 1.7	40.0 1.9	38.3 2.7
32.4 3.0	32.0 3.6	64.1 3.5	37.9 2.4	34.9 2.2	36.8 1.9	37.6 1.1	33.5 1.1
31.7 1.6	31.3 2.8	33.6 1.3	37.1 1.4	32.7 2.0	33.0 2.5	31.6 1.0	29.4 1.5
30.3 1.0	31.1 2.7	31.0 2.3	31.8 2.7	31.2 2.6	34.4 1.4	34.5 1.2	30.8 2.5
33.3 2.2	32.7 3.4	34.9 3.4	33.6 2.3	29.0 1.7	29.1 1.6	35.2 2.5	32.5 1.5
33.4 2.0	33.7 2.6	39.4 1.6	38.8 1.5	33.8 1.6	30.2 3.1	32.9 4.0	32.2 3.5

الشكل 5-5: توضع خام الحديد الوهمي- متوسطات الكريجنج لكل رقعة من مجموعة العينات العشوائية وما يناظرها من انحرافات الكريجنج المعيارية- الرقع ذات أبعاد 50 م.

والمطلوب العادي في تقدير احتياط الخام هو حساب قيم القطع. على أية حال، في كثير من تطبيقات الكريجنج المحتملة- مثل الجيوكيميائية والهيدرولوجية- التقدير المطلوب على شكل قيم نقطية أو خارطة كونتورية للمتغير ذو الأهمية.

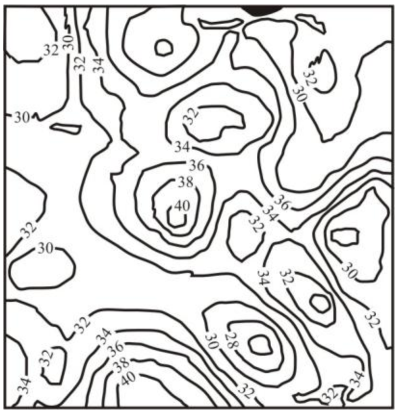
30.4 2.2	36.5 1.9	37.4 3.1	40.0 1.7
31.7 1.9	34.9 2.4	34.7 1.5	37.3 1.1
31.0 1.3	33.3 1.2	32.8 1.4	31.5 1.0
33.3 1.0	36.5 1.4	30.4 1.3	33.3 1.9

الشكل 5-6: توضع خام الحديد الوهمي- متوسطات الكريجنج للقطع مأخوذة من مجموعة العينات العشوائية ونظيراتها الإنحرافات المعيارية الكريجية- قطع المائة (100) م.

31.9	31.0	35.5	38.3	34.1	34.5	38.1	37.0
30.8	25.1	33.1	33.4	29.8	34.2	38.2	35.8
33.6	30.6	31.7	32.2	32.3	36.5	36.8	34.0
33.9	32.5	33.6	36.6	36.9	36.4	35.0	34.3
33.3	32.4	33.8	36.2	36.3	35.2	32.7	32.3
35.2	36.0	36.9	34.2	33.4	36.0	34.6	32.5
35.0	35.1	37.5	34.8	31.0	33.8	36.3	34.9
37.5	32.0	34.2	37.0	33.7	31.2	33.9	34.1

الشكل 5-7: توضع خام الحديد الوهمي- متوسطات الكريجنج محسوبة من مجموعة العينات المنتظمة- قطع 50 متر.

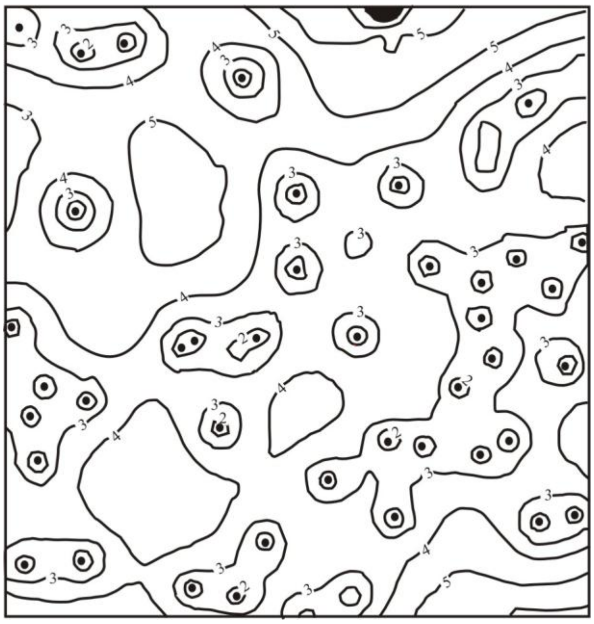
ويمكن استخدام طريقة الكريجنج لإنتاج شبكة من القيم المتقاربة والضرورية لرسم الخارطة الكونتورية. في حقيقة الحال، هذا أكثر سهولة من تقدير مساحات لأن جميع قيم متوسط المتباين النصفي تختزل إلى قيم بسيطة لنموذج التمباين النصفي نفسه. ولأن جميع المشاهدات معمولة في مواقع محددة، فإن الطرف الأيسر من نظام الكريجنج هي قيم متباينات نصفية تمثل نقطة مع نقطة. ولأن القيمة التي سيجري تقديرها هي أيضا لنقطة ما فإن الطرف الأيمن هو أيضا قيم متباينات نصفية لنقطة مع نقطة. يري الشكل 5-8 الخارطة الكونتورية المنتجة من استخدام الخمسين (50) عينة المختارة عشوائيا، والمنطقة المظللة بالأسود في أعلى الخارطة خارجة عن نطاق مدى التأثير لأية عينة وبالتالي لا يمكن تقديرها



الشكل 5-8: توضع خام الحديد الوهمي- خارطو كونتورية كريجية من عينات عشوائية.

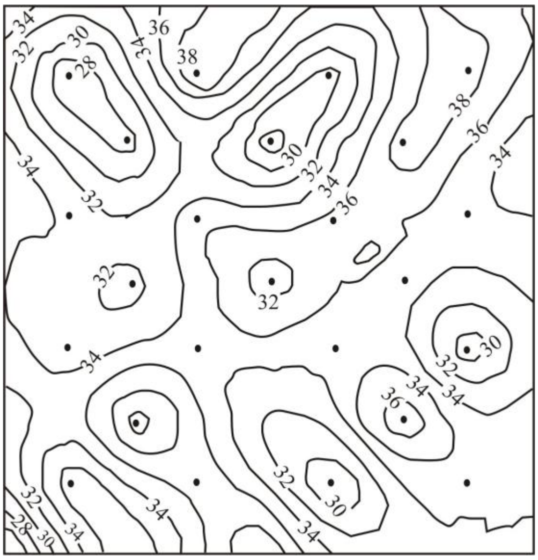
.

من فوائد عملية الكريجنع كتقنية مولدة للأرقام Interpolation Technique أن كل تقدير يواكبه انحراف معياري كريجي بالتالي فإنه لأي خارطة قيم كونتورية يمكن التزود بخارطة مصداقية. هذا مبين في الشكل 5-9. مواقع العينات يمكن رؤيتها بسهولة بتركيزات خطوط الكونتور ذات القيم المنخفضة في الشكل 5-9 هي خطوط الكونتور Fe%1 و 2% Fe. أكبر قيمة كونتور هي $5\sqrt{2}$ = 7.07% Fe.

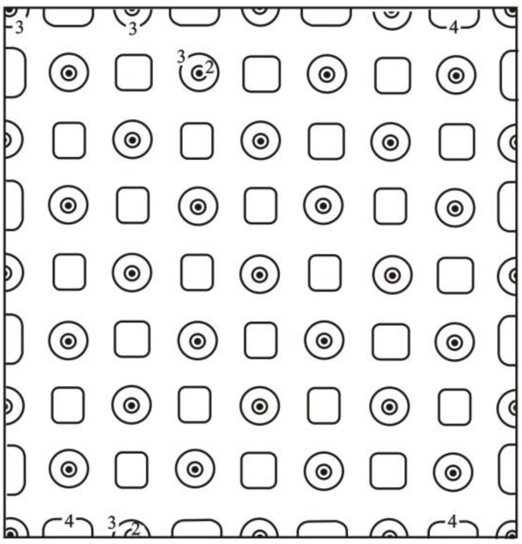


الشكل 5-9: توضع خام حديد وهمي- خارطة انحرافات معيارية كريجية للخارطة الكونتورية الكريجية المأخوذة من العينات العشوائية.

والتي تمثل الحدود حول المنطقة السوداء. وهذه تتعلق بمحاولة تقدير قيم عند نقاط بعيدة بمقدار مدى التأثير من أقرب عينة. المناطق غير ذات المصداقية مبينة بوضوح بخط الكونتور Fe%5 (إنحراف العينة المعياري). والخطأ المعياري الأكبر من انحراف العينة المعياري يشير إلى عملية تنبؤ غير ذات مصداقية. هنالك فائدة إضافية لعملية الكريجنج كتقنية تقدير أن الخرائط وحسابات الأخطاء المعيارية يمكن انتاجها بدون أن نأخذ فعلا عينات، فعلى سبيل المثال لو اقترح عمليات حفر اضافية لملئ المواقع الفارغة في الشبكة المنظمة، فإنة من الوضوح بمكان من الشكل 5-11 أين يجب أن تتم عملية الحفر لأخذ العينات. ولو اتخذ القرار باختزال الشبكة إلى 50م – أي وضع حفرة في منتصف كل كونتور بقيمة 4% Fe، فإن خارطة كاملة جديدة من الأخطاء المعيارية يمكن رسمها قبل أن تطأ قدمنا أرض الميدان. الشكل 5-10 يبين الخارطة الكونتورية المولدة باستخدام العينات المنتظمة، والشكل 5-11 يري الانحراف المعياري الكريجي المقابل. لاحظ أنه على الرغم من أن ما يتوفر 41 عينة مأخوذة حتى على شبكة كبيرة، إلا أن أعلى قيمة كونتورية في شكل 5-11 هي 4% Fe.



الشكل 5-10: خام حديد وهمي- خارطة كريجنج كونتورية من عينات منتظمة.



الشكل 5-11: توضع خام الحديد الوهمي- خارطة الإنحراف المعيارية الكريجية للخارطة الكريجية النتجة من العينات المنتظمة.

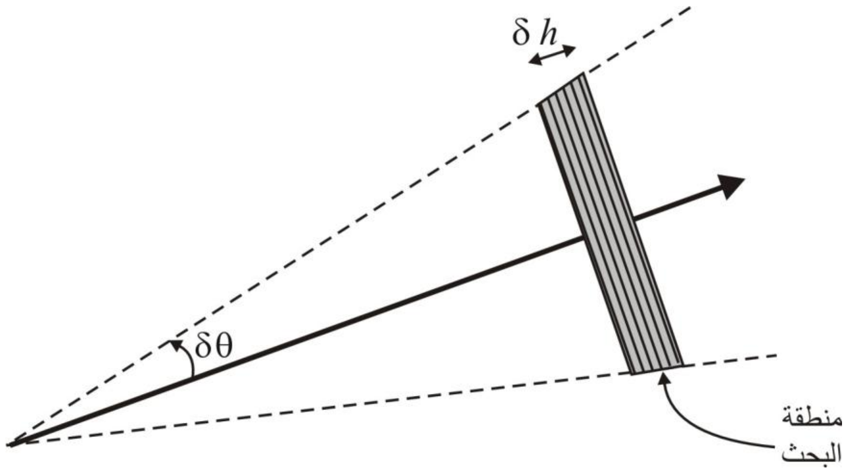
الفصل السادس

الممارسة

لأن النية كانت منعقدة أن يكون هذا الكتاب مقدمة أولية لموضوع الجيوإحصاء، مالت الأمثلة والحالات التي تمت مناقشتها لأن تكون مبسطة. وهنالك العديد من توضعات الخامات- وتطبيقات أخرى- يمكن معالجتها بالطرق التي تم وصفها.على أية حال هنالك خامات أخرى وحالات لا يمكن معالجتها بنفس الكيفية بسبب وجود واحد أو أكثر من العوامل المعقدة. وفي هذا الفصل أرغب أن أذكر باختصار بعضا من هذه المشكلات وان أشير ربما، إلى كيف يجب أن تعالج. والترتيب الذي عرضت فيه هذه المشكلات لا يحمل أي مغزى لأهميتها النسبية.

1-6 بناء المتباينات النصفية باستخدام بيانات غير منتظمة

اعتمد كل النقاش في الفصل الثاني على كيفية بناء المتباينات النصفية من العينات التي تبعد عن بعضها مسافات منتظمة في جسم الخام. وبعض الشبكات كان بها عينات مفقودة، ولكن هذا لا يمثل أي مشكلة. وإن كانت العينات غير مأخوذة على أبعاد متساوية لا بد من إدخال بعض التعديلات في الحساب. افترض أننا نرغب في حساب قيمة المتباين النصفي على مسافة h في اتجاه محدد (قل شمالي- شرقي). إن فرصة إيجاد أزواج من العينات على أبعاد مساوية لـ h وبنفس الأتجاه قليلة جدا. لذلك نتساهل في كل مواصفة (أو بند خاص)، فمثلا نبحث عن عينات تبعد عن بعضها تقريبا مسافة h (ضمن δh معينة) وتقريبا بنفس الإتجاه (ضمن $\pm\delta\theta$)، انظر شكل 6-1 للتوضيح. وقيمة التساهل Tolerance تعتمد بشكل كبير على بنائية التوضع. وهذا وضع مثير للجدل لأننا لا نعلم بنائية الخام إلا إذا قمنا ببناء المتباين النصفي. وإذا كان التوضع غير متماثل، سيكون المتباين النصفي أكثر حساسية للتساهل المحدد في زاوية البحث. والممارسة السليمة هي عمل عدة محاولات بقيم $\delta\theta$ متعددة وبنطاق ضيق لقيم $\delta\theta$ ، δh . ويجب أن تكون δh دائما صغيرة بالنسبة للمسافة المختارة بين العينات. وحسب التجربة بامكانك أن تحاول بـ $\delta\theta$ = 5، 10، 20، 45 و $\delta\theta$ = 10% من المسافة المأخوذه بين العينات.



الشكل 6-1: منطقة البحث مُعَرَّفةٌ بالتساهل في الزاوية $\delta\theta$ والمسافة بين أزواج العينات في المتباين النصفي.

6-2 أخطاء المعاينة

هذا حقل يتم التزلج من فوقه في كثير من الأطروحات الجيوإحصائية وأنا أنوي أن أحاكي أسلافي. والأخطاء العشوائية المدخلة خلال عملية المعاينة ستساهم في ظاهرة التشذر في المتباين النصفي، بمعنى أنها ستُثري زيادة في قيمة المُرَكِّبة غير المتوقعة. بنفس الكيفية ما فقد من العينات اللبية سيساهم أيضاً في ظاهرة التشذر. والمساهمون المحتملون في الخطأ بالإضافة إلى التمعدن نفسه هنالك الأخطاء التحليلية في معالجة العينة وفي قياس التراكيز. على أية حال لا يجب المبالغة في إسهامات الأخطاء السالفة الذكر. ففي مثال زنك منطقة كورنيش Cornish tin قمنا بعمل خطة معاينة بهدف حساب خطأ فني المختبرخلال تجهيز العينات وتحليلها. وقد تبين أن الخطأ لا يتعدى 3% من قيمة ظاهرة التشذر. والـ 97% الباقية مردها إلى الطبيعة العشوائية للتمعدن.

والخطأ المنظم في المعاينة والتحليل وخلافه لن يقوم الجيوإحصائي باستثنائه وسيتم تضمينه في أية تقديرات يتم عملها.

3-6 التوجهات Trends

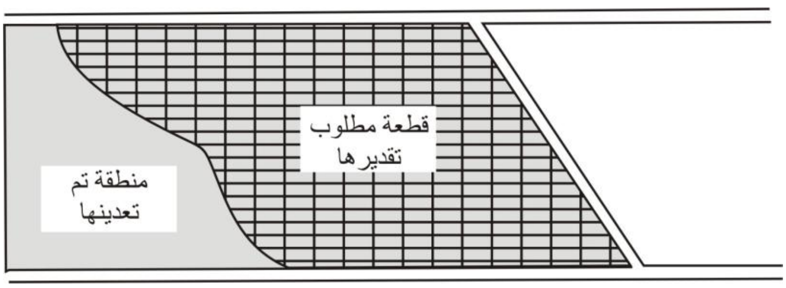
بينا في الفصل الثاني كيف يمكن تحري توجه ذو مغزى في جسم التوضع. وإذا قمنا ببناء المتباين النصفي مفترضين عدم وجود توجه فإن المُرَكِّبِ◌ِ◌ةَ◌َ المهملة ستظهر في الشكل. فإذا كان التوجه دوريا سيظهر على شكل إرتفاع وإنخفاض منتظم في المتباين النصفي. واذا كان التوجه متعدد المتغيرات سيظهر على شكل قطع مكافئ في المتباين النصفي بالإضافة إلى ما مر. وهنالك حالات يوجد فيها توجه يمكن تجاهله بطريقة آمنه كما هو الحال في مثال الفضة في الفصل الثاني. على أية حال، هنالك حالات أخرى غير مشابهة مثل مثال الهطول. وعملية الكريجنج والحالة هذه لا يمكن استخدامها بوجود توجه قوي. حيث ستعطي نتائج خاطئة ومنحازة. وهنالك تقنيات أخرى مثل الكريجنج العالمي Universal Kriging، أو التباين المشترك المعمم Generalized Covariance يتوجب استخدامها إذا ما أصر المستخدم على تطبيق الجيوإحصاء. وبصراحة، خبرتي في تطبيق الجيوإحصاء بوجود توجه غير موجوده.

4-6 عدم التماثل Anisotropy

ربما تكون هذه أسهل المشكلات معالجةً. فعلى الأغلب يتجلى عدم التماثل في أمدية تأثير Ranges of influence مختلفة في اتجاهات متعددة. فعلى سبيل المثال، توضع الموليبدنوم البورفيري يمكن أن يكون له مدى تأثير مقداره 70م باتجاه عمودي على التوضع و350م في جميع الأتجاهات الأفقية. هذا يمكن معالجته بمنتهى السهولة بتغيير وحدات المقياس باتجاه ما بحيث تبدو أمدية التأثير متساوية. وفي المثال المستشهد به بإمكاننا أن نغير جميع القياسات الأفقية بحيث تبدو على أنها ناتج ضرب في 5م بدلا من 1. هذا يعطي مدى تأثير مقداره 70م. وعندما نقوم بتقدير القطعة يجب أن نتذكر أن المسافات الأفقية يجب أن يتم التعبير عنها بوحدات مضروبة في 5. فعلى سبيل المثال، القطعة المعرفة بـ 50*50*20 يتم تقديرها على أنها وحدات 20*10*10. بنفس الطريقة المسافة بين العينات يجب تصحيحها بحيث تتوافق مع هذا النظام. والطريقة الأسهل لمعالجة الموضوع هي تعديل جميع القياسات قبل البدء بعملية التقدير. التقديرات النهائية والأخطاء المعيارية ستكون كما يجب أن تكون ولا داعي للتعديل.

5-6 الأنفاق والقطع ذات الأشكال غير المنتظمة

كانت الرقع Panels والقطع Blocks في مشاكل التقدير التي تمت مناقشتها على شكل مستطيلات. والدوال المساعدة لها مغزى فقط لمثل هذه الرقع وبالتالي لا يمكن استخدامها لأنفاق في رقعة كتلك التي يظهرها الشكل 6-2. هذه الأشكال يمكن معالجتها بوجود حاسوب باستخدام التقريبات العددية Numerical Approximations. ومبدأ التقريب هو نفسه المستخدم في حساب الدالة الثلاثية الأبعاد في فصل 3. فبدلا من أن نأخذ بعين الأعتبار العدد اللانهائي من النقاط في داخل النفق نستخدم شبكة محددة من النقاط الممثلة. وعدد النقاط هو مثار تساؤل، ولكن التوافق بشكل عام يقع في المدى من 64-100. هذا يعني أن قيماً مثل $\bar{\gamma}(S,A)$ هي متوسط متباينات نصفية بين العينة وكل نقطة في شبكة Grid النفق. وسيقوم برنامج الحاسوب بتقييم قيمة نموذج المتباين النصفي بين كل زوج من النقاط وقيمة متوسط المتباين النصفي الموجود. هذا المبدأ ينطبق أيضا على الأشكال غير المنتظمة ثلاثية الاتجاهات.



الشكل 6-2: تقدير أنفاق ذات أشكال غير منتظمة.

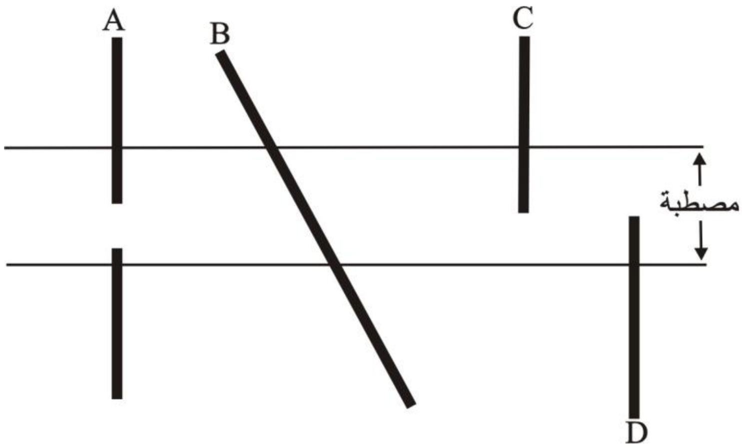
6-6 كريجنج ثلاثي الأبعاد

يقودنا هذا بشكل رائع إلى واحد من خيول هوايتي – عمل تقدير كريجي بثلاثة اتجاهات. وعادة ما نواجه هذه المشكلة في التخطيط لمنجم سطحي Open Pit من نتائج الآبار Borehole. والتقنية العيارية هي أن نعمل تقديرا كما تم وصفه في بند 5 أعلاه. هنالك بديلا مقترحا يستهلك وقت حاسوب أقل على النحو التالي:

1. قَطِّع الخام إلى مصاطب Benches.
2. مثل كل قطعة على أنها رقعة في مستوي في منتصف المصطبة.
3. قرب هذه القطعة بشبكة من النقاط في اتجاهين.

4. خذ تقاطع كل حفرة (بئر) مع المصطبة Bench وسمِ هذه النقطة نقطـة منتصف المسافة إلى أعلى في المصطبة.
5. أعد جميع الشرائح إلى وضعها وقم بعملية الكريجنج.

والمتباين النصفي المفترض استخدامه هو المبني من مركبات المصطبة، يعني المبني من قطع بطول معادل لارتفاع المصطبة. هذه التقنية ملائمة لو أن جميع الابار مكتملة و لو أنها تبدأ وتنتهي على مستويات متساوية. على أية حال هنالك أوضاع أخرى يصعب تمثيلها بطريقة ملائمة. والشكل 6-3 يري بعضا منها. جميع الآبار سيتم أخذ متوسطها فوق المصطبة وسيتم وضعها في منتصف المصطبة وسيعطى لها طول يعادل إرتفاع المصطبة.



الشكل 6-3: بعض الأمثلة بنهج مبسط لطرق الكريجنج الثلاثي الأبعاد.

فالبئر A لها جزء مفقود من اللب في داخل المصطبة والبئر B مائلة ومركباتها يمكن أن تكون أطول مما يجب والبئر C تتوقف قبل أن تصل إلى قاع المصطبة والبئر D لا تبدأ إلا من منتصف المصطبة. جميع هذه الحالات يمكن معالجتها بسلوك نهج ثلاثي الأبعاد لحل المشكلة. والبرامج الحاسوبية متوفرة الآن في الأسواق للطريقة الموصوفة أعلاه، ولطريقة التقريب النقطي والنهج الثلاثي الأبعاد الذي دعوت له في أبحاثي.

6-7 الأنحياز في منحنيات التركيز والطنية

بعد أن يتم تقدير منجم على أساس قطاعي من الطبيعي بناء ما يسمى منحنيات التركيز والطنية. من سوء الحظ، وحتى مع عمل أفضل التقديرات المحتملة (الكريجنج) ستبقى منحنيات

الطنية والتركيز منحازة. هنالك عاملان يساهمان في هذا الانحياز. والعامل الأول هو أن معيار اختيار قيم الحد الأدنى للتركيز Cutoff يتم استخدامه لتقدير تركيز القطعة. ومهما كانت دقة التقدير فلن يساوي تماما القيمة الفعلية للقطعة. لذلك إذا تم تقدير قطعة بقيمة أقل من الحد الأدنى للتركيز، هنالك احتمالية محدودة أن يكون التركيز أعلى من الحد الأدنى. وهذا سيعامل على أنه عادم Waste. ومن ناحية أخرى فهنالك قطع قدرت على أنها أعلى من الحد الأدنى بينما هي في حقيقة الحال أقل منه. وهذه ستعامل على أنها خام. بذلك سيكون لدينا قطع اعتبرت على أنها عادم وقطع اعتبرت على أنها خام. وهذا سينتج عنه أرقام انتاج مختلفة عما تم التنبؤ به بواسطة حسابات منحنيات التركيز والطنية. وستخفض الفروقات في تركيزات الخام المطحون Milled Ore.

والانحياز الثاني في منحنى التركيز والطنية هو ذلك الذي تدخله علاقات التباين والحجم. فتقديرات قيم القطع لن يكون لها نفس التباين كتباين قيم القطع الفعلية. يمكن أن نتذكر أننا ناقشنا هذه المسألة عند مناقشتنا مثال قصدير كورنيش في الفصل الثالث. هنالك كان التقدير متوسط التركيز لأشرطة Strips بطول 125 قدم بينما كانت الرقعة بأبعاد 125*100 قدم. وتباين هاتين الكميتين لن يكون متساويا. في كثير من الحالات – بإستثناء الكريجنج النقطي – سيكون تباين التقدير أكبر من تباينات القطع الفعلية. لذلك ستكون منحنيات التركيز والطنية والمبنية على تقديرات القطع منحازة نحو طنية أقل ومتوسط تركيز أكثر تفاؤلا. هذه المشكلة تجري دراستها حاليا من قبل الباحثين في فونتين بلو Fontainebleau تحت عنوان Disjunctive Kriging. كما أن هنالك تقنية أكثر بساطة ومبررة تجريبيا لتعديل الانحراف يجري بحثها حاليا في المدرسة الملكية للمناجم Royal School of Mines.

6- 8 ملخص

على وجه التحديد، هذا ملخص للكتاب أكثر منه للفصل. ولقد سعيت لأن أقدم عرضاً مبسطا لنظرية وممارسة تقنية التقدير المعروفة باسم كريجنج. ونقترح على القراء الذين يجدون هذا النهج مملا اللجوء إلى الأعمال الأكثر جزماً (وبها الكثير من الرياضيات) والمدونة في قائمة المراجع. ولقد سعيت لتذليل الصعوبات العملية الناجمة عن تطبيق التقنية واقتراح بعض الطرق لتجاوزها.

قائمة المراجع

Bibliography

الهدف من قائمة المراجع هذه هو التحدث بقليل من التفصيل عن بعض الأوراق والكتب التي يمكن أن تساعد القارئ الجديد في متابعة نظرية وتطبيقات الجيوإحصاء. وقد تم تقسيمها تحت عناوين فرعية لإعطاء القارئ فكرة عما يمكن أن يحصل عليه منها.

1.أبحاث تمهيدية جيدة

وهذه نادرة ومحصورة في جهود بعض المؤلفين مثل:

P. I. Brooker `Robustness of geostatistical calculations: a case study', 1977. Proc. Australasian Institution of Mining and Metallurgy, vol. 264, pp. 61-8. **A. G. Royle** `Global estimates of ore reserves', 1977, vol. 86, pp. A9-17.

A. J. Sinclair `A geostatistical study of the Eagle copper vein, Northern British Columbia', Canadian Inst. *Min. Metall*., 1974, vol. 67, no. 746, pp. 131-42.

A. J. Sinclair `Geostatistical investigation of the Kutcho Creek deposit, Northern British Columbia', *Mathematical Geology*, 1978, vol. 10, no. 3, pp. 273-88.

2. مراجع محددة

Matheron, G. The Theory of Regionalised Variables and its Applications, 1971, Cahier No. 5, Centre de Morphologie Mathematique de Fontainebleau, 211 pp.

David, M. Geostatistical Ore Reserve Estimation, 1977, Elsevier, 364pp.

Guarascio, M., David, M. and Huijbregts, C. (Eds) Advanced Geostatistics in the Mining Industry, 1976, D. Reidel, Dordrecht, Holland, 491 pp.

Journel, A. G. and Huijbregts, C. Mining Geostatistics, 1978, Academic Press, 600pp.

3. مراجع تمهيدية أخرى

Rendu, J-M. An Introduction to Geostatistical Methods of Mineral Evaluation, Monograph of the South African Inst. Min. Metall, 1978, 100 pp.

Royle, A. G. A Practical Introduction to Geostatistics. Course Notes of the

University of Leeds, Dept. of Mining and Mineral Sciences, Leeds, 1971.

4. تطبيقات أخرى

Clark, M. W. and Thornes, J. B. Forwards Estimation from Incomplete Data by the Theory of Regionalised Variables, Non-Sequential Water Quality Records Project: Working Paper No. 4, 1975, LSE, 9pp.

Delhomme, J. P. and Del¯ner, P. Application du krigeage a l'optimisation d'une compagne pluviometrique en zone aride, Symposium on the Design of Water Resources Projects with Inadequate Data, 1973, UNESCO-WHOIAHS, Madrid, Spain, pp. 191-210.

Huijbregts, C. Courbes d'isovariance en cartographie automatique Colloque sur la Visualisation, 1971, Nancy (Ecole National Superieure de Geologie), 11 pp.

Olea, R. A. `Optimal contour mapping using universal kriging', J. Geophys Res, 1974, vol. 79, No. 5, pp. 696-702.

Poissonet, M., Millier, C. and Serra, J. Morphologie mathematique et silviculture, 1970, 3ieme Conference du groupe des Staticiens Forestiers, Paris. pp. 287-307.

5. منظور تاريخي

de Wijs, H. J. `Method of successive diferences applied to mine sampling', Trans. Inst. Min. Metall., 1972, vol. 81, No. 788, pp. A129-32.

Journel, A. G. `Geostatistics and sequential exploration', Mining Engineering, 1973, vol. 25, No. 10, pp.44-8.

Krige, D. G. `A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand', J. Chem. Metall and Min. Soc. South Africa, 1951, vol. 52, No. 6, pp. 119-39.

Matheron, G. `Principles of geostatistics', Economic Geology, 1963, vol. 58, pp. 1246-66.

Sichel, H. S. The estimation of means and associated confidence limits for small samples from lognormal populations, Symposium on mathematical statistics computer applications in ore valuation, S. Afr. Inst. Min. Metall, 1966, pp. 106-23.

6. أوراق المؤلفة

تم نشر هذه الأوراق لمساعدة الباحثين الذين يرغبون في تطبيق الجيوإحصاء في مشكلاتهم الخاصة والذين يرغبون في استعمال الحاسوب و\أو التقريب العددي.

Clark, I. `Some auxiliary functions for the spherical model of geostatistics', *Computers and Geosciences*, 1976, Vol. 1, No. 4, pp. 255-63.

Clark, I. 'Some practical computational aspects of mine planning', in *Advanced Geostatistics in the Mining Industry*, ed. M. Guarascio et al., 1976, pp. 391-9, D. Reidel, Dordrecht, Holland**.**

Clark, I. `Practical kriging in three dimensions', *Computers and Geosciences*, 1977, Vol. 3, No. 1, pp. 173-80.

Clark, I. `Regularisation of a semi-variogram', *Computers and Geosciences*, 1977, Vol. 3, No. 2, pp. 341-6.

7. بعض المجلات المفيدة للمشاهدة والمطالعة في الجيوإحصاء والتطبيقات الأخرى.

وما ينبغي إضافته لهذه القائمة النشرات الخاصة ووقائع المؤتمرات لمعاهد المناجم واستخلاص المعادن كتلك الموجودة في المملكة المتحدة وكندا وجنوب افريقيا واستراليا.

Mathematical Geology

Computers and Geosciences

Economic Geology

Water Resources Research

Engineering and Mining Journal

ومنشورات هيئة كانساس للمساحة الجيولوجية

Kansas Geological Survey,

Proceedings of the annual *Applications of Computers in the Minerals Industry (APCOM)*, various venues. Canadian Inst. Min. Metall. Special Volumes.